

Série P₂-P₃ : BASES DE LA DYNAMIQUE ET APPLICATIONS

EXERCICE 1

Un mobile de masse $m = 100\text{g}$, glisse le long de la plus grande pente d'une table inclinée d'un angle α par rapport au plan horizontal. Le mobile a été lâché sans vitesse initiale. L'enregistrement du mouvement du centre d'inertie du mobile a été déclenché à une date quelconque que l'on prendra comme origine des temps. Avec un dispositif approprié, on mesure la vitesse instantanée V du mobile, en fonction du temps.

Le tableau ci-dessous donne les vitesses du centre d'inertie du mobile sur sa trajectoire en fonction du temps

$t(\text{s})$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$V(\text{m/s})$		0,9	1,2	1,5	1,8	2,1	2,4

1- Tracer la courbe $V = f(t)$ donnant les variations de la vitesse en fonction du temps.

(Echelles : Abscisses : $2\text{ cm} \leftrightarrow 0,1\text{ s}$; Ordonnées : $1\text{ cm} \leftrightarrow 0,2\text{ m.s}^{-1}$).

2- En déduire l'accélération du mobile, sa vitesse à la date $t = 0\text{ s}$ ainsi que sa date de départ.

3- On suppose tout d'abord les frottements négligeables.

4.3.1- Établir l'expression de l'accélération a du mobile.

4.3.2- En déduire la valeur de l'angle α .

4.4- En réalité, la mesure directe de l'angle α donne 20° . On suppose que la seule force qui s'exerce sur le mobile est la composante tangentielle de la réaction de la table et qu'elle est constante.

4.4.1- Déterminer alors l'intensité de la composante tangentielle de la réaction de la table.

4.4.2- En déduire les caractéristiques (norme et direction) de la réaction \vec{R} exercée par la table sur le mobile.

EXERCICE 2

On donne : $r = CH = 40\text{ cm}$; $l = AB = BC = 1\text{ m}$

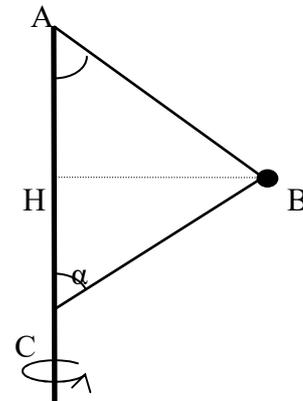
Une petite bille B assimilable à un point matériel de masse $m = 100\text{ g}$, est reliée par deux fils de masses négligeables à deux points A et C d'un axe vertical D en rotation à la vitesse ω constante.

1) Pour une vitesse ω constante les fils AB et CB restent constamment tendus.

1.a - Calculer l'angle α .

1.b- Calculer les intensités des tensions \vec{T}_A et \vec{T}_C des fils en fonction de ω

2) Montrer que le fil BC n'est tendu qu'à partir d'une vitesse angulaire ω_0 que l'on calculera.



EXERCICE 3

chargement et transport de sacs de riz

Un camion assujéti à transporter des chargements est utilisé pour transporter des sacs de riz de masse unitaire $m = 50\text{kg}$.

3 - 1 : chargement du camion : on assimilera le sac de riz à son centre d'inertie.

Un sac de riz est posé en A sur le plan incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à l'horizontale puis on lui communique une vitesse initiale $V_0 = 5\text{m/s}$. Il glisse sur le plan et tombe dans la benne du camion collée au mur et située à une hauteur $h = 8\text{m}$ au dessous du point B. (Voir figure).

L'ensemble des forces de résistance sur le plan incliné est équivalent à une force unique f parallèle au plan et de sens contraire au mouvement.

3 - 1 - a : Quelle est la nature du mouvement d'un sac de riz sur le plan incliné AB ?

3 - 1 - b : Sachant que la durée du trajet AB effectué par le sac est de 10s et qu'il arrive en B avec une vitesse $V_1 = 10\text{m/s}$, calculer :

- L'intensité de la force de résistance .

- La distance du trajet AB

3 – 1 – c : En négligeant les forces de résistance dû à l'air, établir l'équation de la trajectoire du centre d'inertie du sac de riz dans le repère (B, i, j). (Voir fig.)

3 – 1 – d : Quelle est la distance d entre le point d'impact P du sac sur la benne et le mur.

3 – 1 – e : Avec quelle vitesse le sac atterrit-il sur la benne au point P ?

3 – 3 : Transport du chargement

Après avoir réceptionner les sacs de riz, le camion de masse $M = 10$ tonnes chargement compris démarre sur une route horizontale. Sa vitesse passe de $V_0 = 0$ à $V'_1 = 36$ km/h sur une distance $d = 100$ m.

La force de résistance au mouvement sur ce trajet par unité de tonnage est $f' = 10$ N/tonne.

3 – 3 – a : Calculer la force développée par le moteur sur ce trajet.

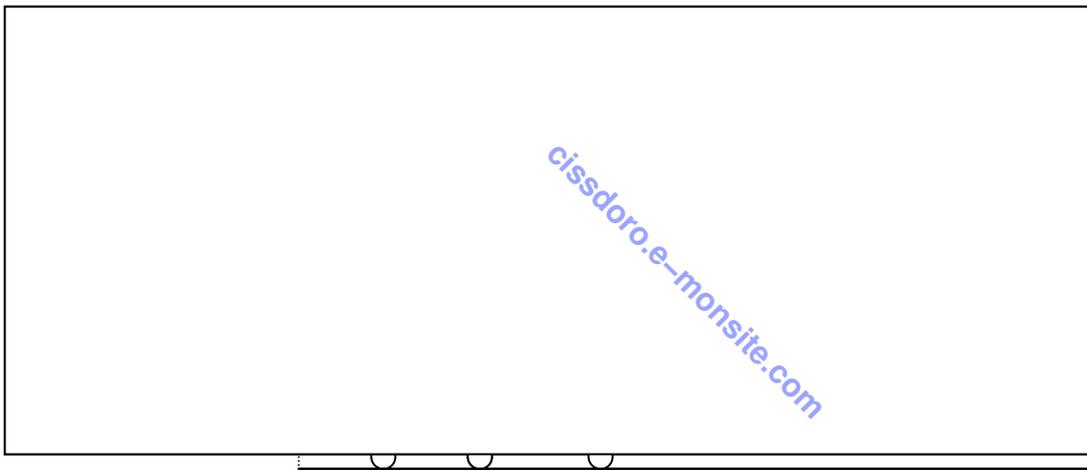
3 – 3 – b : Calculer la durée effectuée par le camion sur ce trajet.

3 – 3 – c : Après avoir parcouru la distance d, le conducteur débraye ce qui revient à supprimer la force motrice et il aborde avec la vitesse $V'_1 = 36$ km/h un virage de rayon $r = 1$ km sur le quel les frottements sont supposés négligeables.

- Montrer que le conducteur ne prendra pas le virage si la piste est horizontale.

- En déduire alors de quel angle β devrait-on relever la piste par rapport à l'horizontal pour que le conducteur prenne le virage sans déraper.

On prendra $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.



EXERCICE 4

Tous les frottements sont négligeables : on prendra $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$

Un skieur glisse sur une piste horizontale DA, à vitesse constante. En A, il aborde une piste circulaire de rayon $r = AB$. (B est sur la verticale passant par A). Voir figure.

On admet que le skieur est assimilable à un point matériel M dont la trajectoire suit la forme de la piste.

1) Etablir l'expression littérale de la vitesse V_M en fonction de l'angle $\theta = \widehat{ABM}$ et de la vitesse V_A .

1) Le skieur quitte la piste en un point O tel que $\theta_0 = \widehat{ABO}$. Calculer la valeur de l'angle θ_0 .

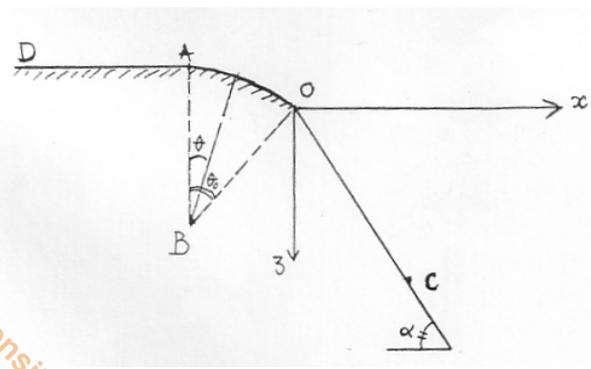
3) Au même point O commence une troisième partie rectiligne faisant un angle $\alpha = 45^\circ$ avec la verticale.

3.a - Donner l'équation de la trajectoire de M dans le repère (O, x, z).

3.b - Le skieur arrive sur la piste de réception au point C ; Calculer la distance OC.

Données : $V_A = 10 \text{ m.s}^{-1}$; $AB = r = 20 \text{ m}$.

(Extrait BAC S1 S3 98)



EXERCICE 5

Le dispositif étudié est constitué d'un fil de masse négligeable et de longueur $l = 90 \text{ cm}$ dont une des extrémités, C, est fixe. A l'autre extrémité est attachée une petite boule (B₁) de masse $m_1 = 40 \text{ g}$ assimilable à un point matériel.

Une autre petite boule (B₂) supposée ponctuelle, de masse $m_2 = 20 \text{ g}$ est posée sur le rebord d'une table de hauteur $H = 80 \text{ cm}$. La boule (B₁) est amenée au point A, le fil occupant la position CA telle que l'angle $\alpha = 60^\circ$, puis elle est abandonnée à elle-même sans vitesse initiale.

On négligera l'influence de l'air.

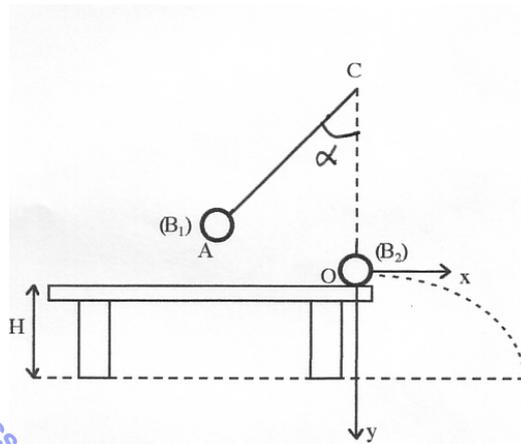
1) Avec quelle vitesse V_1 la boule (B₁) vient-elle heurter la boule (B₂) placée au point O ?

2) Calculer la tension T du fil quand la boule (B₁) passe par le point O.

3) En admettant que le choc est parfaitement élastique, calculer la vitesse V_2 la boule (B₂) juste après le choc.

4) Donner, dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , l'équation du mouvement de la boule (B₂) après le choc puis établir l'équation cartésienne de sa trajectoire dans ce même repère et dire quelle est sa nature ?

5) Calculer les coordonnées du point I d'impact de la boule (B₂) sur le sol puis calculer la durée de son mouvement entre les points O et I.



EXERCICE 6

On considère un ressort (R) de masse négligeable, à spires non jointives, enfilé sur une tige OA. La tige est soudée en O à un axe de rotation vertical (Δ). L'une des extrémités du ressort est fixée en O tandis qu'à l'autre extrémité on accroche une bille B de masse $m = 200 \text{ g}$ coulissant sans frottement sur une tige (voir figure 1). La longueur à vide du ressort est $\ell_0 = 20 \text{ cm}$ et sa raideur $k = 50 \text{ N/m}$. La limite d'élasticité du ressort est atteinte lorsque la tension T prend la valeur limite $T_{\text{max}} = 5 \text{ N}$.

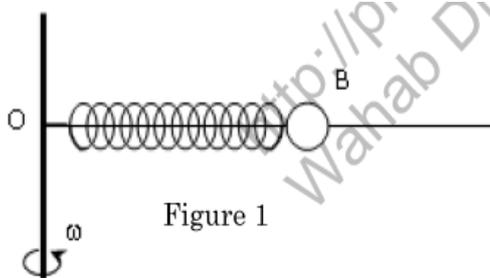


Figure 1

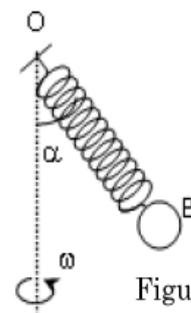


Figure 2

1- La tige OA tourne autour du point O à la vitesse angulaire $\omega = 6 \text{ rad/s}$.

1.1- Exprimer la longueur ℓ_1 du ressort en fonction de m , k , ω et ℓ_0 . Calculer ℓ_1 .

1.2- Quelle doit être la vitesse angulaire de rotation maximale pour ne pas détériorer le ressort ?

2- La tige OA est supprimée. Le système ressort-bille est maintenant fixé en O à l'axe de rotation vertical qui tourne à la vitesse angulaire constante ω_1 . A cette vitesse l'axe du système ressort-bille décrit un cône de demi-angle au sommet $\alpha = \frac{\pi}{3}$ (voir figure 2)

2.1- Exprimer la vitesse angulaire ω_1 en fonction de ℓ_0 , m , g , k et α . Calculer ω_1 .

2.2- La limite d'élasticité du ressort a-t-elle été atteinte ? Si non calculer la valeur maximale de l'angle α et la vitesse angulaire maximale à ne pas dépasser.

EXERCICE 7

On néglige l'action de l'air sur le mouvement du ballon et on prendra $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$

Lors d'un match de football, pour marquer un but, il faut que le ballon passe dans un cadre rectangulaire. Ce cadre est constitué de deux montants verticaux réunis au sommet par une barre transversale qui est à une hauteur $h = 2,44 \text{ m}$ du sol.

XOY est le plan vertical et XOZ le plan horizontal. Pour simplifier, on remplacera le ballon par un point matériel dont la masse $m = 430 \text{ g}$. Le ballon est posé au point O sur le sol horizontal face au cadre à une distance $d = 25 \text{ m}$. (figure1)

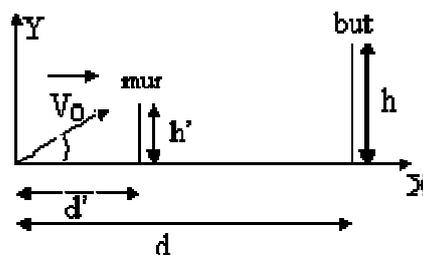
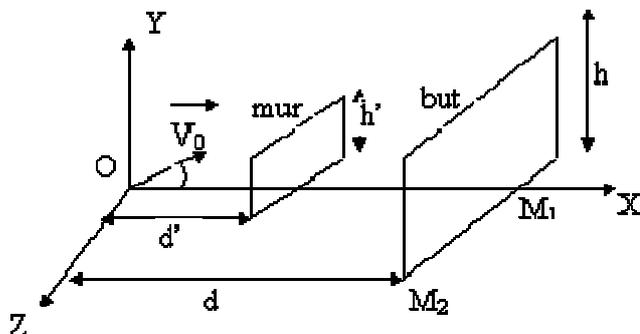


figure 1

figure 2

1^{er} Cas : tir sans obstacle.

1) Un joueur, non gêné par un adversaire, tire le ballon avec une vitesse initiale V_0 contenue dans le plan vertical XOY. Sa direction fait un angle $\alpha = 30^\circ$ avec le plan horizontal.

1.a- Montrer que la trajectoire du ballon est dans le plan vertical.

1.b- Etablir l'équation de la trajectoire du mouvement du ballon dans le système d'axes indiqué.

1.c- Entre quelles valeurs doit se situer la norme de V_0 pour que le but soit réussi ?

2^{ème} Cas : tir avec obstacle.

2) Le joueur effectue à nouveau son tir mais on place un mur en face du ballon à une distance $d = 9,15 \text{ m}$. La direction du mur est parallèle à l'axe OZ et sa hauteur $h' = 1,75 \text{ m}$. Le joueur tire sur le ballon et lui communique une vitesse V_0 , de valeur $V_0 = 16,83 \text{ m.s}^{-1}$ et faisant un angle $\alpha = 30^\circ$ avec le sol horizontal.

2.1- Montrer que :

2.1 a- le ballon n'est pas arrêté par le mur.

2.1 b- le point d'impact du ballon sur le sol est $M_1(25\text{m} ; 0 ; 0)$

2.2 Quelle est la durée du trajet du mouvement du ballon entre O et le but.

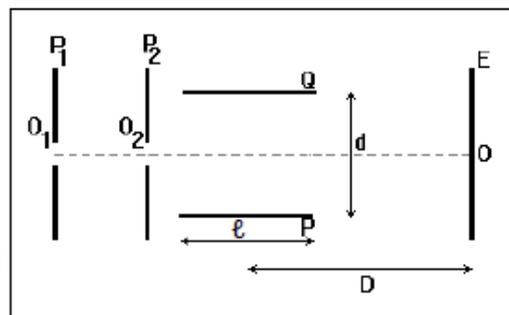
2.3 Le gardien de but est au point $M_2(25\text{m} ; 0 ; 3,66\text{m})$, il voit le ballon lorsque ce dernier passe au dessus du mur.

A partir de cet instant, à quelle vitesse V , supposée constante, doit-il se déplacer suivant une direction parallèle à OZ pour empêcher le ballon de rentrer dans le but ? (Extrait Bac S2 2002)

EXERCICE 8

Dans tout le problème, on supposera que le mouvement des ions a lieu dans le vide et que leur poids est négligeable.

1. Des ions Mg^{2+} , sortant d'une chambre d'ionisation pénètrent, avec une vitesse négligeable, par un trou O_1 , dans l'espace compris entre les deux plaques verticales P_1 et P_2 . Lorsqu'on applique entre ces deux plaques verticales une tension U_0 , les ions atteignent le trou O_2 avec la vitesse V_0 .



1.1. Quelle plaque (P_1 ou P_2) doit-on porter au potentiel le plus élevé? Pourquoi?

1.2. Donner la valeur de V_0 en fonction de la charge q , de la masse m d'un ion et de U_0 .

1.3. Calculer la valeur de V_0 pour les ions ${}^{24}_{12}Mg^{2+}$ dans le cas où la tension $U_0 = 4000 \text{ V}$.

2. A la sortie de O_2 , les ions ayant cette vitesse V_0 horizontale pénètrent entre les armatures P et Q d'un condensateur. On applique entre ces armatures une différence de potentiel positive U_{PQ} que l'on notera U, créant entre elles un champ électrique uniforme vertical.

2.1. Préciser les caractéristiques de la force électrique à laquelle chaque ion est soumis, on exprimera son intensité en fonction de q, U et de la distance d entre les plaques P et Q.

2.2. Déterminer la nature de la trajectoire d'un ion à l'intérieur de ce condensateur lorsque U garde une valeur constante.

2.3. On dispose d'un écran vertical E à la distance D du centre des plaques de longueur ℓ . Trouver en fonction de q, m, U, V_0 , ℓ , D et d l'expression de la distance $Z = OM$, M étant le point d'impact d'un ion sur l'écran. La distance OM dépendra-t-elle des caractéristiques des ions positifs utilisés? (on admet que la tangente à la trajectoire au point de sortie S du condensateur passe par le milieu de celui-ci).

2.3.1. Calculer la durée de la traversée du condensateur dans le cas où $\ell = 10$ cm.

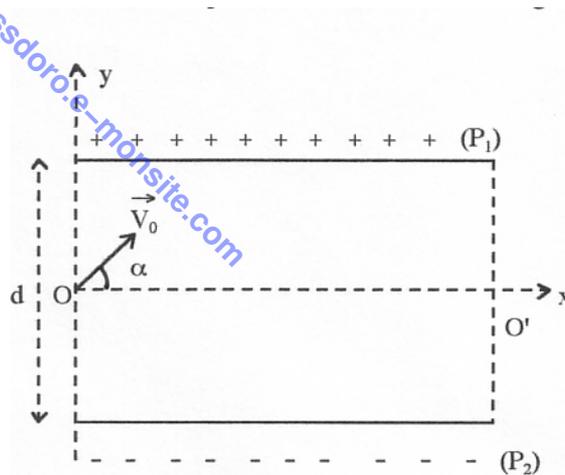
2.3.2. On applique entre P et Q une tension sinusoïdale $u = U_{\max} \sin \omega t$, de fréquence $f = 50$ Hz. Montrer qu'avec un pinceau d'ions, on obtient sur l'écran E un segment de droite verticale, dont on calculera la longueur dans le cas où $U_{\max} = 230$ V, $D = 40$ cm, $d = 4$ cm. (On peut considérer que, durant toute la traversée du condensateur, chaque ion est soumis à une tension presque constante).

Données: $m({}_{12}^{24}\text{Mg}^{2+}) = 24 u$; $u = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

EXERCICE 9

Données : Charge élémentaire : $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C ; Masse de la particule α : $m = 6,64 \cdot 10^{-27}$ kg.

Un faisceau de particules α (ions He^{2+}) pénètre entre les plaques horizontales P_1 et P_2 d'un condensateur à la vitesse de valeur $V_0 = 448 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ dont la direction fait un angle $\alpha = 45^\circ$ avec l'horizontale. La largeur de la plaque est $L = 10$ cm ; La distance entre les armatures est $d = 8$ cm ; La tension entre les armatures est U.



1) Etablir l'équation du mouvement d'une particule α entre les armatures du condensateur.

2) Etablir l'équation de la trajectoire d'une particule α entre les armatures du condensateur. Donner son expression numérique.

3) Quelle est la condition d'émergence d'un faisceau de particules α ? (Valeurs de U pour que le faisceau ne rencontre pas l'une des armatures du condensateur).

4) Déterminer la valeur de U pour que le faisceau sorte des armatures au point O'. Déterminer alors les caractéristiques du vecteur vitesse \vec{V}'_0 des particules α à leur sortie au point O'.

EXERCICE 10

Dans beaucoup de moteurs, pour diminuer l'usure des pièces mécaniques, on utilise des huiles dont l'une des caractéristiques fondamentales est la viscosité.

Dans ce qui suit, on se propose de déterminer la viscosité d'une « huile moteur ». Pour cela, on étudie la chute verticale d'une bille en acier d'abord dans l'air puis dans l'huile. Dans les deux cas, la bille est lâchée sans vitesse initiale à partir d'un point O du fluide pris comme origine de l'axe (OX) vertical et orienté vers le bas et l'instant de lâcher est pris comme origine des dates $t = 0$.

Sur la bille s'exercent les trois forces suivantes :

- Son poids \vec{P} ;

- La résistance \vec{f} du fluide, qui est une force colinéaire et de sens opposé au vecteur vitesse instantanée de la bille, d'intensité $f = 6 \pi \eta r V$, expression où η est la viscosité du fluide supposée constante, V la valeur de la vitesse instantanée de la bille et r son rayon ;

- La poussée d'Archimède \vec{F} qui est une force verticale orientée vers le haut, d'intensité $F = \rho V_B g$ relation où ρ est la masse volumique du fluide, V_B le volume de la bille et g l'intensité de la pesanteur.

1 Etude du mouvement de la bille dans l'air.

1.1. Représenter les forces appliquées à la bille à une date $t > 0$.

1.2. Calculer l'intensité de chacune de ces forces pour $V = 5$ m/s. En déduire qu'on peut négliger les intensités de \vec{F} et \vec{f} devant celle du poids.

1.3. Etablir les équations horaires de la vitesse $V(t)$ et de l'abscisse $x(t)$ de la bille puis préciser la nature du mouvement de la bille dans l'air.

1.4. Au bout d'un parcours de 50 cm depuis le point O, la bille acquiert une vitesse de 3,16 m/s. Montrer que cette information confirme l'approximation faite à la question 3.1.2.

2. Etude du mouvement de la bille dans l'huile

2.1. Les intensités de \vec{F} et \vec{f} ne sont plus négligeables devant celle du poids.

Par application du théorème du centre d'inertie, montrer que l'équation différentielle du mouvement de la bille peut s'écrire sous la forme : $\frac{dV}{dt} + \frac{1}{\tau} V = C$ où C et τ sont des constantes.

2.2. Donner l'expression de C en fonction de g , ρ_{ac} (masse volumique de l'acier) et ρ_h (masse volumique de « l'huile moteur ») puis exprimer τ en fonction de ρ_{ac} , r et η (viscosité de l'huile moteur). Vérifier que $C = 8,4 \text{ m.s}^{-2}$

2.3. Au bout d'un temps suffisamment long, l'accélération de la bille s'annule. La vitesse obtenue à partir de cet instant est appelée vitesse limite de module V_{lim} .

a) Décrire la nature du mouvement de la bille après que l'accélération s'annule puis exprimer la vitesse limite V_{lim} en fonction de τ et C .

b) On trouve expérimentalement que $V_{lim} = 4,2$ cm/s. Quelle valeur de τ peut-on en déduire ?

2.4. Déterminer la valeur de la viscosité η de « l'huile-moteur ».

Données :

Masse volumique de l'acier : $\rho_{ac} = 7,8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$; masse volumique de l'air : $\rho_0 = 1,3 \text{ kg/m}^3$

Masse volumique de l'huile moteur : $\rho_h = 1,26 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$; viscosité de l'air : $\eta(\text{air}) = 1,85 \cdot 10^{-5} \text{ SI}$

Rayon de la bille $r = 1,5 \text{ mm}$: Volume de la bille $V_B = \frac{4}{3} \pi r^3$; $g = 10 \text{ N/kg}$