



DEVOIR N° 1

Exercice 1

1. Etudier la continuité et la dérivabilité en 0 de la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\tan x - \sin x}{x^2} & \text{pour } x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

2. a) A l'aide d'étude de fonction montrer que pour $x \in [0 ; \frac{\pi}{2}]$, on a $\sin x \leq x \leq \tan x$ En déduire que

la fonction $x \rightarrow \frac{\sin x}{x}$ décroît sur $]0 ; \frac{\pi}{2} [$.

b) Soit a et b tels que $0 \leq a \leq b \leq \frac{\pi}{2}$; à l'aide de l'inégalité des accroissements finis montrer que

$$\frac{b-a}{\cos^2 a} \leq \tan b - \tan a \leq \frac{b-a}{\cos^2 b}$$

Exercice 2

f est la fonction définie sur IR par : $f(x) = -x + \sqrt{x^2 + 8}$

a. Démontrer que f est bijective de IR vers un intervalle J à déterminer.

b. Montrer que f^{-1} est dérivable sur J. doro-cisse.e-monsite.com

c. Calculer $(f^{-1})'(2)$.

d. Montrer que pour tout x : $f(x) + 2x = \frac{-8}{x - \sqrt{x^2 + 8}}$; déduisez en que la droite (Δ) d'équation $y = -2x$ est

une asymptote oblique à la courbe (C_f) représentative de f en $-\infty$.

e. Tracer la courbe C_f

Exercice 3

Soit f la fonction définie par : $f(x) = 2\sin^3 x - 3\sin x$.

a. Etudier la parité et la périodicité de f.

b. Vérifier que $f(\frac{\pi}{2} - x) = f(\frac{\pi}{2} + x)$. Que peut-on en déduire pour la courbe C_f de f.

c. On note C_1 la courbe représentative de f sur $[0 ; \frac{\pi}{2}]$. Quelles transformations géométriques permettent de construire C_f à partir de C_1 .

d. Démontrer que pour tout réel x $f'(x) = -3\cos x \cos 2x$. Donner le tableau de variation de f restreinte à $[0 ; \frac{\pi}{2}]$.