



Termesse

Devoir le 4 Février 2004

Exercice un : On dispose de deux auges a et b contenant des pommes pourries et des bonnes.

L'épreuve consiste à choisir une auge au hasard (choix de l'auge au hasard, équiprobabilité) puis on effectue un prélèvement d'une pomme. On note A l'événement "l'auge a est choisie"

B l'événement " l'auge b est choisie " et R l'événement " une pomme pourrie est prélevée"

1°) Dans cette question, l'auge a contient une pourrie et quatre bonnes alors que la b contient quatre pourries et deux bonnes

a) Déterminer les probabilités suivantes : $P(A)$ $P_A(R)$ $P(A \cap R)$

b) Démontrer que $P(R) = \frac{13}{30}$

c) Sachant que la pomme obtenue est pourrie, quelle est la probabilité que l'auge choisie soit la a ?

2°) n note un entier et $0 \leq n \leq 5$. L'auge a contient n pommes pourries et 4 bonnes, et la b contient $5 - n$ pommes pourries et 2 bonnes

a) Exprimer $P_A(R)$ et $P_B(R)$ en fonction de n

b) Démontrer que $P(R) = \frac{-n^2 + 4n + 10}{(4 + n)(7 - n)}$

Exercice deux :

1°) On définit sur \mathbb{R} , g par $g(x) = 2e^x + 2x - 7$

Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans $[0; 1]$

2°) $f(x) = (2x - 5)(1 - e^{-x})$, démontrer que $f(\alpha) = \frac{(2\alpha - 5)^2}{2\alpha - 7}$

Exercice trois :

1°) Résoudre dans \mathbb{C} , l'équation $z^2 + 8\sqrt{3}z + 64 = 0$

2°) On nomme A et B les points d'affixes respectives $a = -4\sqrt{3} - 4i$ et $b = -4\sqrt{3} + 4i$

Calculer OA, OB et AB, quelle est la nature du triangle ABC ?

3°) C est d'affixe $d = \sqrt{3} + i$, D est son image par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$, calculer son affixe d

4°) G est le barycentre de (O ; -1) (D ; 1) et (B ; 1), démontrer que son affixe vaut $g = -4\sqrt{3} + 6i$

5°) On admet que $\frac{c-g}{a-g} = \frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}$ en déduire deux renseignements d'ordre géométrique.

Exercice quatre :

1°) Résoudre $\ln(x - 2) + \ln(x - 32) = 6 \ln 2$

2°) Résoudre $(\ln x)^2 + (\ln x) - 30 \leq 0$ puis $e^{2x} + e^x - 30 = 0$

3°) Dériver les fonctions suivantes sur l'intervalle indiqué :

a) $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x^2}\right)$ sur $]1; +\infty[$

d) $f(x) = x \ln(x^2 + 1)$ sur \mathbb{R}

c) $f(x) = x^2 \ln x$ sur $]0; +\infty[$

4°) Déterminer une primitive pour les fonctions suivantes sur l'intervalle indiqué.

a) $f(x) = \frac{3x}{2x^2 + 3}$ sur \mathbb{R} b) $f(x) = \frac{4}{(2x + 3)^2}$ sur $]-\frac{3}{2}; +\infty[$

c) Utiliser 3°) c pour trouver une primitive de $f(x) = x(\ln x)$ sur $]0; +\infty[$