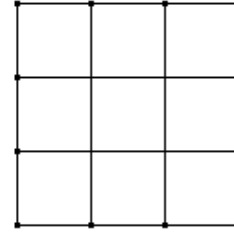


**Exercice un :**

On dispose d'une grille à trois lignes et trois colonnes  
 Une machine  $M_1$  place au hasard un jeton dans une case  
 de la grille, puis une machine  $M_2$  place de même un jeton  
 sur la grille dans un case libre et en fin une troisième machine  
 $M_3$  place un jeton dans une case libre.



On note les événements suivants

H : "les trois jetons sont alignés horizontalement "

V : " les trois jetons sont alignés verticalement "

D : " les trois jetons sont alignés en diagonale "

N : " les trois jetons ne sont pas alignés " Les nombres demandés seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1°) Calculer les probabilités des trois événements H, V et D et en déduire que la probabilité de N vaut  $\frac{19}{21}$

2°) On considère la variable aléatoire X définie par : \* X = 20 lorsque H ou V est réalisé\*

\* X =  $\alpha$  lorsque D est réalisé \*

\* X = - 2 lorsque N est réalisé \*

Déterminer  $\alpha$  pour que l'espérance de X soit nulle.

3°) Dans cette question, on se place dans le cas où la machine  $M_1$  est déréglée et elle place alors le 1° jeton dans un coin de la grille, on note  $\Delta$  l'événement " la machine  $M_1$  est déréglée "

a) Calculer la probabilité d'un alignement horizontal, c'est à dire  $P_{\Delta}(H)$  puis de même  $P_{\Delta}(V)$  et  $P_{\Delta}(D)$ .

b) En déduire que la probabilité  $P_{\Delta}(N) = \frac{25}{28}$

4°) On admet que  $P(\Delta) = \frac{1}{5}$  Calculer  $P(N)$

5°) On ne sait pas lorsque l'on joue, si la machine  $M_1$  est ou non en bon état de marche

On joue une partie et on constate que les trois jetons sont alignés, déterminer la probabilité que la machine  $M_1$  soit déréglée.

**Exercice deux :**

A ] On considère l'équation différentielle  $y' - y = x$

1°) Déterminer a et b tels que  $g(x) = ax + b$  soit solution de l'équation puis résoudre  $y' - y = 0$ , on notera les solutions  $h(x)$

2°) Démontrer que  $f(x) = h(x) + g(x)$  est solution et trouver celle que vérifie  $f(0) = 0$

B] On considère  $f(x) = e^x - x - 1$

1°) Etudier les variations de f et en déduire l'étude de son signe.

2°) On considère  $F(x) = \frac{e^x}{e^x - x}$

a) En utilisant le 1°) Démontrer que  $0 < F(x) \leq e^x$  et en déduire  $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x)$

b) Vérifier que  $F(x) = \frac{1}{1 - \frac{x}{e^x}}$  et déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$

c) Etudier les variations de F et établir le tableau des variations

3°) On admet que l'équation  $F(x) = \frac{1}{2}$  admet une unique solution notée  $\alpha$ , démontrer que  $F'(\alpha) = \frac{\alpha - 1}{4\alpha}$

**Exercice trois :**

Dans une sacoche, il y a des yaourts, 25 yaourts dont 6 périmés.

1°) On tire simultanément trois yaourts

a) Quelle est la probabilité d'obtenir deux yaourts périmés ? b) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins un yaourt périmé ?

2°) On tire successivement et avec remise trois yaourts

a) Quelle est la probabilité d'obtenir un yaourt périmé ? b) Quelle est la probabilité d'obtenir un tirage où le second yaourt est le seul périmé ?