



Termesse

Devoir d'une heure le 15 décembre 2014 : le cinquième

Exercice un :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct d'unités graphique 2cm

1°) Tracer les cercles de centre O et de rayons 1 et 2. Placer les points A, B et D d'affixes respectives

$$\sqrt{3} + i; \sqrt{3} - i \text{ et } -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i$$

2°) On considère la rotation R de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$ et la translation T de vecteur d'affixe 1

a) Déterminer les affixes $Z_{A'}$ et $Z_{B'}$ des points A' et B' images respectives des points A et B par la rotation R

b) Déterminer l'affixe $Z_{D'}$ du point D' image de D par la translation T

c) Placer A', B' et D' de la façon la plus exacte possible

3°) Déterminer un argument du nombre complexe $\frac{Z_{A'} - Z_{B'}}{Z_{D'}}$ puis justifier que la droite (OD') est une médiatrice du triangle OA'B'

Exercice deux :

On considère l'équation différentielle : (1) $y' + 2y = (2x - 3)e^{-2x}$

1°) Déterminer a et b tels que la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = (ax^2 + bx)e^{-2x}$ soit solution de (1) a et b ont maintenant les valeurs trouvées au 1°)

2°) Si f est une fonction on note h la fonction $h = f - g$

a) Démontrer que f solution de (1) \Leftrightarrow h solution de (2) où (2) note l'équation $y' + 2y = 0$

b) Résoudre (1) et donner la solution qui vérifie $f(3) = e^{-6}$

Exercice trois : Exercice sans machine ou avec mais il faut être convaincu qu'elle est assez inutile

On considère f définie par $f(x) = e^{3x} + 9x^2 + 1$

doro-cisse.e-monsite.com

1°) Calculer $f'(x)$ et déterminer ses limites en $+\infty$ et $-\infty$

2°) Etudier les variations de f', en déduire que $f'(x) = 0$ admet une seule solution α et établir le signe de $f'(x)$

3°) Sachant que $e^{-0,3} \approx 0,75$, justifier que $\alpha < -0,1$

4°) Démontrer que $f(\alpha) = (3\alpha - 1)^2$

5°) Déduire des questions précédentes, un renseignement sur le minimum de f