REPUBLIQUE DU SENEGAL
UN PEUPLE-UN BUT-UNE FOI
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
INSPECTION D'ACADEMIE DE PIKINE-GUEDIAWAYE
EMAIL: iapikgue2014@gmail.com / Tél: 33 834 71 44
www.academiedepikineguediawaye.net

Termesse Devoir le Mercredi 12 Novembre 2014 : le troisième

***Exercice un :*** *quatre points*

Déterminer les limites suivantes :

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{4x^2 + 3} - 2x \qquad \lim_{x \to +\infty} \sqrt{x^2 - 2x + 2} - x \qquad \lim_{x \to 0} x^2 \sin\sqrt{x^2 + 3} \qquad \lim_{x \to 2} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) - 1}{x - 2}$$

***Exercice deux :*** *six points*

On considère $f(x) = \dfrac{16x^2 - 24x + 9}{4x - 6}$

1°) Déterminer le domaine de définition de f ainsi que les limites à la borne finie de ce domaine pour f

2°) Démontrer que la droite d'équation $y = 4x$ est asymptote à la courbe de f

3°) Etudier les variations de f et donner l'image de $[2 ; +\infty[$ par f

4°) En s'aidant du tableau des variations de f, discuter suivant les valeurs de m, le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$

5°) Rédiger avec la phrase miracle que l'équation $f(x) = 2003$ admet une solution unique $\alpha$ dans l'intervalle $[300 ; 600]$ et donner une valeur approchée de $\alpha$ à $10^{-2}$ près ( *ne pas résoudre l'équation même si cela est facile*)

***Exercice trois :*** *quatre points et demi*

1°) La fonction suivante est-elle continue ? f définie par $\begin{cases} f(x) = \dfrac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 + 3x - 10} \text{ si } x < 2 \\ f(2) = \dfrac{5}{7} \\ f(x) = \dfrac{2x + 1}{x^2 + 3} \text{ si } x > 2 \end{cases}$

2° ) On définit f par $f(x) = x \times \sin\dfrac{1}{x}$ si $x > 0$ et $f(0) = 0$ [ *on sait* $\lim\limits_{U \to +\infty} \sin U$ *n'existe pas* ]

a) f est-elle continue en 0 b ) Calculer l'expression de $f'(x)$ pour $x \neq 0$

c) f est-elle dérivable en 0 (*utiliser la définition de la dérivée pour cette question*)

***Exercice quatre :*** *cinq points et demi* **doro-cisse.e-monsite.com**

1°) Résoudre dans $\mathbb{C}$ le équation suivante : $z^2 - 2(1 + \sqrt{3})z + 5 + 2\sqrt{3} = 0$

2°) On considère dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{u}, \vec{v})$ les points A ,B ,C , D d'affixes respectives :

$z_A = 1 + 2\boldsymbol{i}$ , $z_B = 1 + \sqrt{3} + \boldsymbol{i}$ , $z_C = 1 + \sqrt{3} - \boldsymbol{i}$ et $z_D = 1 - 2\boldsymbol{i}$

a) Vérifier que $\dfrac{z_D - z_B}{z_A - z_B} = \boldsymbol{i}\sqrt{3}$ Que peut-on en déduire pour les droites (AB) et (BD) ?

b) Mettre les z sous la forme $z = 1 + 2 \times e^{i\theta}$ avec des $\theta$ à déterminer. Les points sont sur quel cercle ?

3°) On considère l'équation :

$$z^2 - 2(1 + 2\cos\theta)z + 5 + 4\cos\theta = 0 \qquad \text{( où } \theta \text{ désigne un réel quelconque )}$$

a) Résoudre l'équation dans $\mathbb{C}$

b) Montrer que les points images des solutions sont sur le cercle rencontré précedemment.