REPUBLIQUE DU SENEGAL
UN PEUPLE-UN BUT-UNE FOI
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
INSPECTION D'ACADEMIE DE PIKINE-GUEDIAWAYE
EMAIL: iapikgue2014@gmail.com / Tél: 33 834 71 44
www.academiedepikineguediawaye.net

Terminale Esse — Devoir le Mercredi 8 Octobre 2016: le second

Exercice un : 3 points

1°) Déterminer module et argument pour $z = (1 + \boldsymbol{i})^2 \times (2 - 2\sqrt{3}\,\boldsymbol{i})$

2°) On donne $z = 2\sqrt{3} + 2\,\boldsymbol{i}$ déterminer la forme algébrique de z^{25}

Exercice deux : 4,5 points

On considère les points A, B, F et G d'affixes respectives $a = 4$, $b = 4\,\boldsymbol{i}$, $f = 4\sqrt{2}\,e^{i\pi/4}$ $g = \boldsymbol{i} \times f$

1°) Donner module et argument de g.

2°) On appelle P, Q, R et S les milieux respectifs des segments [AB], [BF], [FG] et [GA]

a) Démontrer que PQRS est un parallélogramme.

b) On pose $Z = \dfrac{Z_R - Z_Q}{Z_P - Z_Q}$ Déterminer module et argument de Z et en déduire que PQRS est un carré.

Exercice trois : 3 points

Soit $Z = \dfrac{z - \boldsymbol{i}}{z}$ défini si $z \neq 0$

1°) Déterminer l'ensemble des points du plan d'affixe z tels que $|Z| = 1$ et le dessiner.

2°) a) On pose $z = x + \boldsymbol{i}\,y$, déterminer la partie réelle et la partie imaginaire de Z en fonction de x et y.

b) Déterminer l'ensemble des points du plan tels que Z soit imaginaire pur et dessiner-le.

Exercice quatre : 6 points

On pose $\alpha = e^{2i\pi/5}$

1°) Donner la forme algébrique de α^5

puis démontrer que $\alpha^4 = \overline{\alpha}$ puis que $1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3 + \alpha^4 = 0$ (si *on y arrive pas, on peut l'admettre pour la suite*)

2°) On pose $A = \alpha + \alpha^4$ et $B = \alpha^2 + \alpha^3$

a) Exprimer A^2 en fonction de α et justifier que $A^2 = 2 + \alpha^2 + \alpha^3$ puis démontrer que $A^2 + A - 1 = 0$

b) Démontrer que B est solution de l'équation $z^2 + z - 1 = 0$

3°) Exprimer A en fonction de $\cos(2\pi/5)$

doro-cisse.e-monsite.com

4°) Résoudre $z^2 + z - 1 = 0$

5°) Déduire des questions précédentes la valeur exacte de $\cos(2\pi/5)$

Exercice cinq : 3,5 points

On considère $\mathcal{C}$ courbe de f dans $(O; \vec{i}, \vec{j})$ définie

sur $\left]\dfrac{5}{2}\,; +\infty\right[$

par $f(x) = \dfrac{4x^2 - 10x + 1}{2x - 5}$ et $\mathcal{D}$ droite d'équation $y = 2x$

1°) Démontrer que $\mathcal{D}$ est asymptote $\mathcal{C}$ et étudier la position relative de $\mathcal{D}$ et de $\mathcal{C}$

2°) Etudier les variations de f.

3°) Déterminer une équation de la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 5