



Termesse

Devoir le 10 Mai 2004

Exercice un :

On considère f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x}{e^x + 1} + 2$

C désigne sa courbe dans un repère orthonormé.

1°) Déterminer la limite de f en $+\infty$ et interpréter graphiquement ce résultat.

2°) a) Déterminer la limite de f en $-\infty$

b) Démontrer que la droite D d'équation $y = x + 2$ est asymptote à la courbe C en $-\infty$

c) Etudier la position relative de D et C

3°) α note l'unique solution de l'équation de $e^x(1-x) + 1 = 0$ [l'existence et l'unicité de α est admise]

Démontrer qu'il existe deux entiers p et q tels que $f(\alpha) = p \times \alpha + q$

Exercice deux :

I est la suite définie pour tout entier $n \geq 1$ par $I_n = \int_0^1 t^n e^{-t} dt$

1°) A l'aide d'une intégration par parties, calculer I_1

2°) a) Démontrer que si $n \geq 1$ alors $I_n \geq 0$

b) Démontrer que I est décroissante.

c) Démontrer que I est convergente.

3°) a) A l'aide d'une intégration par parties, démontrer que :

$$I_{n+1} = (n+1) I_n - \frac{1}{e}$$

b) En utilisant 2°) b et 3°) a, démontrer :

$$\text{Si } n \geq 1 \text{ alors } I_n \leq \frac{1}{n e}$$

c) Déterminer la limite de I

4°) Le tracé ci contre est celui de la courbe de

$$f(x) = x^2 \times e^{-x}$$

Il faut donner la valeur approchée de l'aire hachurée à 1 mm² près.

(J'espère que vous avez un double-décimètre ou un simple)

Exercice trois :

On considère F définie par $F(x) = \int_1^x \frac{1}{2t^2 + 7t + 3} dt$

de courbe C

Déterminer une équation pour la tangente à la courbe C au point d'abscisse 1 doro-cisse.e-monsite.com

Exercice quatre : Probabilités sous forme de fractions irréductibles

On joue à un jeu pour lequel un joueur normal a une probabilité $\frac{7}{55}$ de gagner.

Mais, on estime qu'un joueur sur 10 est un tricheur et qu'un tricheur gagne avec une probabilité $\frac{1}{2}$

On note T : " être un tricheur " \overline{T} l'événement contraire de T et G : "gagner au jeu"

a) Calculer $P(G / \overline{T})$ c'est à dire la probabilité de gagner pour un non tricheur. En déduire $P(\overline{T} \cap G)$

b) Calculer $P(T \cap G)$

c) Démontrer que $P(G) = \frac{181}{1100}$

d) Calculer la probabilité qu'une personne qui a gagné soit un tricheur.

