



Collège privée DABAKH
Tivaouane

Année Scolaire 2016 - 2017
Classe Terminale S₂

COMPOSITION DU PREMIER SEMESTRE

Epreuve : Mathématiques 04

EXERCICE 1 : 03 points

Etudier la continuité et la dérivabilité en 0 de la fonction f définie par : $f(x) = \frac{\tan x - \sin x}{x^2}$ pour $x \neq 0$ et $f(0) = 0$

EXERCICE 2 : 03 points

Soit f la fonction numérique définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{\ln x}{1+x^2}$

On note F la primitive de f sur $]0 ; +\infty[$ qui s'annule en 1.

1. Préciser la dérivée $F'(x)$, et en déduire le sens de variation de F .
2. Soit G la fonction définie sur $I =]0 ; +\infty[$ par $G(x) = F\left(\frac{1}{x}\right) - F(x)$
 - a. Calculer $G'(x)$ sur I , en déduire que la fonction G est constante sur I
 - b. Vérifier que pour tout x appartenant à I $G(x) = 0$

PROBLEME : 14 points

Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$. Unités graphiques :

doro-cisse.e-monsite.com

- 1cm sur l'axe des abscisses ;
- 4cm sur l'axe des ordonnées

Partie A :

Soit g une fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = a(\ln x)^2 + b \ln x + c$ où a, b et c sont trois réels.

Déterminer a, b et c sachant que sa courbe représentative dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$. Passe par les points $A(1, 2)$, $B(e, 0)$ et $C(e^3, 2)$.

Partie B :

Soit f la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = (\ln x)^2 - 3 \ln x + 2$.

1. a. Calculer la limite de f en 0.
b. Calculer la limite de f en $+\infty$. On pourra remarquer que pour que pour tout x de $]0 ; +\infty[$, on a : $f(x) = \ln x(\ln x - 3) + 2$.
2. a. Montrer que $f'(x) = \frac{2 \ln x - 3}{x}$ où f' désigne la dérivée de f .
b. Etudier le signe de $f'(x)$ selon les valeurs de x .
c. Dresser le tableau de variation de f sur $]0 ; +\infty[$.
3. a. Soit h la restriction de f à l'intervalle $I =]0 ; e^{\frac{3}{2}}]$, justifier que h est bijective de I vers un intervalle J à préciser.
b. Donner l'ensemble de dérivabilité de h^{-1} et Calculer $(h^{-1})'(2)$
4. a. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation d'inconnue X : $X^2 - 3X + 2 = 0$.
b. En déduire les solutions exactes dans $]0 ; +\infty[$ de l'équation : $f(x) = 0$.
c. Déduire, des questions 2.c et 3.b., le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.
5. On note Γ la courbe représentative de f et Γ' celle de h^{-1} dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.
a. Déterminer une équation de la tangente Δ à la droite Γ au point d'abscisse e .
b. Tracer les courbes Γ , Γ' et la tangente Δ .

Partie C :

1. Montrer que la fonction, définie sur $]0 ; +\infty[$ par $x \mapsto x(\ln x)^2 - 5x \ln x + 5x$ est une primitive sur $]0 ; +\infty[$ de la fonction $x \mapsto (\ln x)^2 - 3 \ln x$.
En déduire la primitive F de f sur $]0 ; +\infty[$