doro-cisse.e-monsite.com

REPUBLIQUE DU SENEGAL
UN PEUPLE-UN BUT-UNE FOI
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
INSPECTION D'ACADEMIE DE PIKINE-GUEDIAWAYE
EMAIL: iapikgue2014@gmail.com / Tél: 33 834 71 44
www.academiedepikineguediawaye.net

LYCEE DE MBAO **Année Scolaire** 2016 - 2017 **Académie de Dakar**
Classe Terminale S_2

COMPOSITION DU PREMIER SEMESTRE

Epreuve : Mathématiques 04 h

EXERCICE 1 : 05 points

Soit l'équation (E) : $z^5 = 1$.

1. Résoudre dans C l'équation (E) et représenter les images des solutions.
2. Démontrer que la somme des solutions de (E) est nulle et en déduire que : $\cos\frac{2\pi}{5} + \cos\frac{4\pi}{5} = -\frac{1}{2}$.
3. Démontrer que $\cos\frac{2\pi}{5}$ est solution de l'équation : $4X^2 + 2X - 1 = 0$.

   En déduire la valeur de $\cos\frac{2\pi}{5}$.
4. Soit l'équation (E') : $(z-1)^5 = (z+1)^5$ $(z \in C)$.
   - **a.** Démontrer que si z_0 est solution de (E'), alors : $\left|\frac{z_0 - 1}{z_0 + 1}\right| = 1$.

     En déduire que les solutions de (E') sont imaginaires pures.
   - **b.** Résoudre (E').

EXERCICE 2 : 03 points

Soit f la fonction numérique définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $f(x) = \frac{\ln x}{1+x^2}$

On note F la primitive de f sur $]0\,;+\infty[$ qui s'annule en 1.

1. Préciser la dérivée F'(x), et en déduire le sens de variation de F.
2. Soit G la fonction définie sur $I =]0\,;+\infty[$ par $G(x) = F(\frac{1}{x}) - F(x)$
   - **a.** Calculer G'(x) sur I, en déduire que la fonction G est constante sur I
   - **b.** Vérifier que pour tout x appartenant à I G(x) = 0

PROBLEME : 12points

Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O\,;\vec{i},\vec{j})$. doro-cisse.e-monsite.com

Unités graphiques :

- 1cm sur l'axe des abscisses ;
- 4cm sur l'axe des ordonnées

Partie A :

Soit g une fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $g(x) = a(\ln x)^2 + b\ln x + c$ où a, b et c sont trois réels.

Déterminer a, b et c sachant que sa courbe représentative dans le repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$. Passe par les points A(1, 2), B(e, 0) et C(e^3,2).

Partie B :

Soit f la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = (\ln x)^2 - 3\ln x + 2$.

1. **a.** Calculer la limite de f en 0.

   b. Calculer la limite de f en $+\infty$.
2. Montrer que $f'(x) = \frac{2\ln x - 3}{x}$ où f' désigne la dérivée de f.

   b. Etudier le signe de f'(x) selon les valeurs de x.

   c. Dresser le tableau de variation de f sur $]0\,;+\infty[$.

3. **a.** Soit h la restriction de f à l'intervalle I=] 0 ; $e^{\frac{3}{2}}$], justifier que h est bijective de I vers un intervalle J à préciser.
   b. Donner l'ensemble de dérivabilité de h^{-1} et Calculer $(h^{-1})'(2)$
4. **a.** Résoudre dans IR l'équation d'inconnue X : $X^2 - 3X + 2 = 0$.
   b. En déduire les solutions exactes dans $]0 ; +\infty[$ de l'équation : $f(x) = 0$.
   c. Déduire, des questions **2.c** et **4.b.**, le signe de f(x) sur l'intervalle $]0 ;+\infty[$.
5. On note Γ la courbe représentative de f et Γ'celle de h^{-1} dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.
   a. Déterminer une équation de la tangente Δ à la courbe Γ au point d'abscisse e.
   b. Tracer les courbes Γ, Γ' et la tangente Δ.

Partie C :

1. Montrer que la fonction, définie sur $]0 ; +\infty[$ par $x \mapsto x(\ln x)^2 - 5x\ln x + 5x$ est une primitive sur $]0 ; +\infty[$ de la fonction $x \mapsto (\ln x)^2 - 3\ln x$.
2. En déduire la primitive F de f sur $]0 ; +\infty[$