REPUBLIQUE DU SENEGAL
UN PEUPLE-UN BUT-UNE FOI
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
INSPECTION D'ACADEMIE DE PIKINE-GUEDIAWAYE
EMAIL: iapikgue2014@gmail.com / Tél: 33 834 71 44
www.academiedepikineguediawaye.net

Lycée de *MBAO* **Année scolaire 2016/2017**
Classe de TERMINALE S **Durée 4 heures**

COMPOSITION DE MATHEMATIQUES

1er semestre

EXERCICE 1 (5 points)

On considère les nombres complexes Z_1 , Z_2 *et* Z_3 tels que :

$Z_1 = (1-i)(1+2i)$; $Z_2 = \dfrac{2+6i}{3-i}$; $Z_3 = \dfrac{4i}{i-1}$ et l'on désigne par M_1 ; M_2 et M_3 leurs images respectives.

1- Placer M_1 ; M_2 et M_3 dans le plan complexe.
2- Calculer $\dfrac{Z_3 - Z_1}{Z_2 - Z_1}$. En déduire la nature du triangle $M_1M_2M_3$.
3- Déterminer l'affixe Z_4 du point M_4 tel que $M_1M_2M_4M_3$ soit un carré.

EXERCICE 2 (4 points)

On donne le polynôme P à coefficients complexes $P(z) = iz^3 + (1 - i\sqrt{3})z^2 - (\sqrt{3}-1)z + i$.

1- a- Calculer $P(i)$.
b- Résoudre alors l'équation $[E]$: $P(z) = 0$. 1
2- On appelle z_1 la solution de $[E]$ dont la partie réelle est strictement positive. Soit $Z = z_1 - 1$.
a- Mettre Z sous forme trigonométrique.
b- Résoudre dans C l'équation $z^2 = \dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2}i$.
c- En déduire les valeurs exactes de $\cos\dfrac{11\pi}{12}$ et de $\sin\dfrac{11\pi}{12}$.

PROBLEME (11 points)

I- Soit g la fonction définie par : $g(x) = 1 - \dfrac{1}{x} + \ln x$ et $\mathcal{C}f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan.

1- Etudier le sens de variations de g et donner son tableau de variations.
2- Justifier que $g(x) = 0$ admet une solution unique dans $]0, +\infty[$.
3- Calculer $g(1)$. En déduire que :

$$\begin{cases} g(x) > 0 & si \quad x > 0 \\ g(x) < 0 & si \quad x < 0 \end{cases}$$

II- Soit f la fonction définie par sur IR par :

$$\begin{cases} f(x) = x - e^{x-1} & si \quad x \le 1 \\ f(x) = (x-1)\ln x & si \quad x > 1 \end{cases}$$

Partie A

1- Justifier que f est continue sur IR.
2- Etudier la dérivabilité de f en 1.
3- a- Calculer $f'(x)$ et étudier son signe.

b- Donner le tableau de variations de *f*.

4- a- Etudier les branches infinies de $\mathcal{C}f$.

b- Etudier la position relative de $\mathcal{C}f$ et de son asymptote oblique.

5- Tracer Cf. On placera le point de $\mathcal{C}f$ d'abscisse 4.

Partie B

1- Montrer que *f* est une bijection de IR sur un ensemble *J* que l'on déterminera.

2- g^{-1} désigne la bijection réciproque de *g*. g^{-1} est-elle dérivable en 1 ? Préciser la tangente à sa courbe $\mathcal{C}g^{-1}$ au point d'abscisse 1.

3- Tracer $\mathcal{C}g^{-1}$.