REPUBLIQUE DU SENEGAL
UN PEUPLE-UN BUT-UNE FOI
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
INSPECTION D'ACADEMIE DE PIKINE-GUEDIAWAYE
EMAIL: iapikgue2014@gmail.com / Tél: 33 834 71 44
www.academiedepikineguediawaye.net

Groupe scolaire AGUILLON **Année scolaire 2016/2017**
Classe de TERMINALE S2 **Durée 4 heures**

COMPOSITION DE MATHEMATIQUES

1er semestre

EXERCICE 1 (4 points)

1- Quels sont les nombres complexes solutions de l'équation $z^4 = 1$.

2- Déterminer la forme trigonométrique de chacune des solutions de l'équation $Z^4 = 8(1 - i\sqrt{3})$.

3- Vérifier que $a = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$ est une racine quatrième de $8(1 - i\sqrt{3})$. En déduire la forme algébrique de chacune des solutions de l'équation $Z^4 = 8(1 - i\sqrt{3})$.

4- Déduire de 2) et 3) les valeurs exactes de $\cos\frac{11\pi}{12}$ *et* $\sin\frac{11\pi}{12}$.

EXERCICE 2 (4 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$. On note A le point d'affixe 2, B le point d'affixe $i\sqrt{3}$ et B' le point d'affixe $\frac{-1+i\sqrt{3}}{4}$.

1- a- Donner le rapport et l'angle de le similitude S de centre A qui transforme B en B'.
   b- Pour tout point M d'affixe z on désigne par M' d'affixe z' son image par S. Ecrire z' en fonction de z.

2- a- Démontrer que pour tout point $M \neq A$, le triangle AMM' est rectangle en M'.
   b- Le point M et le milieu du segment $[AM]$ étant donné , donner une construction au compas de M'.

Faire un figure claire et soignée.

PROBLEME (11 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé R = $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$.

I- On considère la fonction g définie par : $g(x) = (1-x)e^{-x} - 1$.

1- Etudier les variations de g. calculer les limites $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ *et* $\lim_{x\to+\infty} g(x)$. Donner le tableau de variations de *g*.

2- Calculer *g(0)* puis en déduire le signe de *g(x)*.

II- Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x) = -x + xe^{-x} & si \quad x \le 0 \\ f(x) = \ln|x^2 - 1| & si \quad x \rangle 0 \end{cases}$ et Cf sa courbe représentative.

Partie A

1- Donner le domaine de définition Df de f.

2- Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0.

3- Calculer $f'(x)$ et étudier son signe. Calculer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ *et* $\lim_{x\to+\infty} f(x)$. Dresser le tableau de variations de f.

4- Déterminer, lorsqu'ils existent, les points d'intersection de Cf avec l'axe des abscisses du repère.

5- Montrer qu'il existe un unique point G de Cf en lequel tangente est parallèle à la droite (Δ) d'équation $y = -x$. Donner une équation de cette tangente T.

Partie B

Soit h la restriction de f à $I=[0\,;1[$.

1- Montrer que h admet une bijection réciproque h^{-1} dont on précisera l'ensemble de départ J.

2- Dresser le tableau de variations de h^{-1}.

3- h^{-1} est-elle dérivable en $y_0=0$ et en $y_0=\ln\frac{3}{4}$? Si oui donner une équation de la tangente ou demi tangente à Ch^{-1} au point d'abscisse y_0.

4- Expliciter $h^{-1}(y)$ en fonction de y .On précisera son ensemble de départ.

5- Tracer Cf et Ch^{-1} dans le repère R .