REPUBLIQUE DU SENEGAL
UN PEUPLE-UN BUT-UNE FOI
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
INSPECTION D'ACADEMIE DE PIKINE-GUEDIAWAYE
EMAIL: iapikgue2014@gmail.com / Tél: 33 834 71 44
www.academiedepikineguediawaye.net
IA PG

Cours Privés *EXCELLENCE* SERIE S2
(C.P.A.C.S) Grand Mbao / Dakar Durée 4 heures

EXAMEN BLANC

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

EXERCICE 1

Une urne A contient 2 boules et 3 boules noires, une urne B contient 3 boules rouges et 2 boules noires.

1- On tire successivement et sans remise trois boules de l'urne A. On note X la variable aléatoire représentant le nombre de boules rouges obtenues.

a- Déterminer la loi de probabilité de X.

b- Calculer E(X).

2- On tire au hasard une boule de l'urne A :

- si elle est noire on la place dans l'urne B ;
- sinon on l'écarte du jeu.
- On tire ensuite une boule de l'urne B.

Soit R_1, R_2, N_1 et N_2 les évènements :

R_1 « la boule tirée de A est rouge » ; N_1 « la boule tirée de A est noire »

R_2 « la boule tirée de B est rouge » ; N_2 « la boule tirée de B est noire ».

a- Calculer $P(R_1)$ et $P(N_1)$.

b- Calculer $P(R_2 / N_1)$ et $P(R_2 / R_1)$. En déduire $P(R_2)$.

c- Calculer $P(N_2)$.

3- On répète n fois l'épreuve précédente, en supposant les épreuves indépendantes. Quel nombre minimal d'essais doit-on effectuer pour que la probabilité d'obtenir au moins une fois une boule rouge soit supérieure à 0,99 ?

EXERCICE 2

On donne le complexe : $c = \sqrt{2-\sqrt{2}} - i\sqrt{2+\sqrt{2}}$

1- Vérifier que $c^2 = 4e^{-i\frac{3\pi}{4}}$.

2- En déduire le module de c, un argument de c et la valeur exacte de $\sin\frac{3\pi}{8}$.

3- Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$. On considère l'application

T : M(z) $\rightarrow$ M'(z') tel que $z' = c^2 z$.

a- Préciser la nature et les éléments caractéristiques de T.

b- Soit $(\mathcal{D})$ la droite d'équation y = x et $(\mathcal{C})$ le cercle de diamètre $[AB]$ où A($e^{i\frac{\pi}{3}}$) et B($e^{-i\frac{\pi}{3}}$). Déterminer l'image de $(\mathcal{D})$ puis de $(\mathcal{C})$ par T.

PROBLEME

Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x) = (1-x)e^{\frac{1}{x}} & \text{si } x < 0 \\ f(x) = \dfrac{\ln(1+x)}{\sqrt{x}} & \text{si } x > 0 \end{cases}$ et f(0) = 0.

Partie A Soit g la fonction définie par $g(x) = \dfrac{2x}{1+x} - \ln(1+x)$.

1- Etudier les limites de f aux bornes de Df ensemble de définition de f.

2- Dresser le tableau de variation de g.

3- Montrer que l'équation g(x) = 0 admet une solution unique α sur $[1;+\infty[$ et que $3,6<\alpha<4$.

4- Calculer g(0) puis préciser le signe de g(x) sur $]-1;+\infty[$.

Partie B

1- Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0.

2- a- Montrer que f'(x) < 0 sur $]-\infty;0[$.

b- Montrer que $f'(x)=\dfrac{g(x)}{2\sqrt{x}}$ sur $]0;+\infty[$

3- Dresser le tableau de variation de f.

4- Montrer que la droite d'équation y = - x est une asymptote oblique à Cf courbe représentative de f en $-\infty$.

5- Représenter graphiquement f dans un repère orthonormé unité 2 cm.

Partie C

Soit h la restriction de f sur l'intervalle $[\alpha;+\infty[$.

1- Montrer que h admet une bijection réciproque h^{-1} sur un intervalle J à déterminer.

2- Etudier la dérivabilité de h^{-1} sur J.

3- Calculer h(4) puis $(h^{-1})'(\ln\sqrt{5})$.

4- Représenter h^{-1}.

.