

P₄ GRAVITATION UNIVERSELLE

EXERCICE 1

Répondre par vrai ou faux

- L'interaction gravitationnel peut être répulsive ;
- Le champ gravitationnel terrestre est uniforme ;
- La lune crée aussi un champ gravitationnel ;
- Pour une répartition sphérique de masse, le champ gravitationnel se calcule comme si toute la masse de la répartition était située en son centre ;
- Le champ de gravitation terrestre est égale au champ de pesanteur ;
- La trajectoire d'un satellite est nécessairement dans le plan équatorial ;
- Les lois de Kepler ne sont pas valables que pour les planètes ; on ne peut pas les appliquer aux satellites artificiels ;
- La norme du champ gravitationnel terrestre à l'altitude h est : $G = G_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}$

EXERCICE 2

Soit un satellite, à un point matériel, ayant une orbite circulaire dont le centre est confondu avec celui de la terre, à une altitude h.

- 1- Pourquoi l'étude du mouvement du satellite n'est-elle pas effectuée dans le référentiel terrestre ? Quelle est la différence entre un repère terrestre ayant le centre de la terre et un repère géocentrique ? Quel intérêt de choisir un repère galiléen ?
- 2- Etablir l'expression du champ de gravitation terrestre à l'altitude h en fonction de G_0 , M, R et h.
- 3- Le vecteur vitesse du satellite est-il constant ?
- 4- Le mouvement est-il uniforme ?
- 5- Etablir l'expression de la vitesse V du satellite. Dépend-t-elle de la masse ? En déduire l'expression de sa vitesse angulaire en fonction de h, R et G_0 .
- 6- Météostat est un satellite météorologique géostationnaire :
 - 6.1- Définir le terme géostationnaire ; préciser le plan d'étude.
 - 6.2- A quelle altitude est placer Météostat ?

EXERCICE 3

Soit m_L et m_T les masses respectives de la lune et de la terre, ces astres étant supposés à symétrie sphérique. Soit r_L et r_T

leurs rayons. $m_T = 81 m_L$ et $r_T = \frac{11}{3} r_L$

- 1- Calculer la valeur du champ gravitationnel lunaire G_{0L} au niveau de son sol.
- 2- Il existe sur la ligne joignant les deux astres Terre et Lune un point M où les champs de gravitation lunaire et terrestre se compensent.
 - a) Calculer la distance d du point M au centre de la terre. Distance des deux astres Terre-Lune $D = 1,8.10^5$ km.
 - b) Indiquer sur le segment Terre-Lune, le domaine où l'action gravitationnelle de l'un des deux est prépondérante.

EXERCICE 4

La terre est assimilée à une sphère de rayon $R = 6370$ km, animé d'un mouvement de rotation uniforme autour de la ligne des pôles (qui est perpendiculaire au plan de l'équateur). On supposera que le repère est géocentrique, dont l'origine coïncide avec le centre de la terre et dont les axes ont une direction fixe par rapport aux étoiles, est galiléen. A

la surface de la terre, l'intensité du champ de pesanteur est $g_0 = 9,8 \text{ m s}^{-2}$. A l'altitude h , elle est égale à

$$g = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

1- Un satellite, assimilé à un point matériel, décrit d'un mouvement uniforme une orbite circulaire l'altitude $h = 400 \text{ km}$. L'orbite est dans le plan de l'équateur.

- Déterminer la vitesse V du satellite dans le repère géocentrique.
- Déterminer dans le même repère, la période T et la vitesse angulaire ω_0 du satellite
- Le satellite se déplace vers l'est. Déterminer l'intervalle de temps qui sépare deux passages successifs du satellite à la verticale du point donné de l'équateur (la vitesse angulaire de rotation de la terre est $\omega = 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$, on rappelle que, dans ce repère, la vitesse du point de l'équateur est dirigé vers l'est).

2- un satellite géostationnaire reste en permanence à la verticale d'un même point du globe. Son orbite est dans le plan de l'équateur.

- Quelle est la vitesse angulaire de ce satellite dans le repère géocentrique ?
- Calculer le rayon de son orbite.

EXERCICE 5

Kepler a étudié le mouvement des planètes à partir des observations de Tycho Brahé. On peut énoncer la troisième loi de Kepler, établie en 1619, sous la forme suivante : le carré de la période de révolution d'une planète autour du soleil est proportionnel au cube de la moitié du grand axe de l'orbite elliptique.

- L'orbite des planètes est quasi-circulaire de rayon R . On assimilera donc la moitié du grand axe de l'ellipse au rayon de l'orbite. Compléter le tableau ci-dessous où T est la période de la planète :

Planète	Venus	Terre	Mars	Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune
$R(10^8 \text{ km})$	1,08	1,49	2,28	7,78	14,3	28,7	45
$T(10^3 \text{ h})$	5,39	8,78	16,5	104	258	739	1440
$R^3/T^2 (\text{km}^3 \text{ h}^{-2})$							

La troisième loi de Kepler est-elle vérifiée ?

- La comète de Halley, qui repasse tous les 76 ans à proximité de la terre (dernier passage en 1986), a une orbite elliptique dont le demi-grand axe vaut $2,7 \cdot 10^9 \text{ km}$. Vérifier, en utilisant la troisième loi de Kepler, que la comète d'Halley tourne bien autour du soleil.
- On considère maintenant Jupiter et ses principaux satellites. R et T représentent alors le rayon de l'orbite et la période de révolution des satellites autour de Jupiter. Compléter le tableau suivant :

Satellite	Io	Europe	Ganymède	Callisto
$R (10^3 \text{ km})$	4,22	6,71	10,7	18,8
$T(\text{h})$	42,5	85,2	172	400
$R^3/T^2 (\text{km}^3 \text{ h}^{-2})$				

La troisième loi de Kepler est-elle vérifiée ? Dans quel référentiel ?

- Pourquoi les valeurs de R^3/T^2 sont-elles différentes dans les deux tableaux précédents ? A votre avis, de quel paramètre ce rapport peut-il dépendre ?

EXERCICE 6

Les mouvements des planètes sont opposés circulaires uniformes et dans un même plan.

On donne : $1 \text{ an} = 365 \text{ jours}$; $1 \text{ jour} = 86400 \text{ s}$; $m_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; masse de Jupiter : $m_j = 1,90 \cdot 10^{27} \text{ kg}$; masse du soleil : $m_s = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$; période de révolution de Jupiter : $T_j = 11,9 \text{ ans}$; rayon de l'orbite terrestre : $r_T = 1,50 \cdot 10^{11} \text{ m}$.

- Une planète de masse m tourne autour du soleil sur une orbite de rayon r . Exprimer littéralement la valeur F de la force de gravitation que le soleil exerce sur cette planète.
Calculer numériquement F dans le cas où cette planète est la terre.
- En appliquant la deuxième loi de Newton, déterminer en fonction de G , m_s et r , la vitesse v sur son orbite.
- On note T la période de révolution de la planète autour du soleil. Exprimer littéralement le rapport $\frac{r^3}{T^2}$ et vérifier qu'il ne dépend pas de la masse de la planète. Calculer numériquement ce rapport.
- En appliquant la relation précédente au cas de Jupiter, calculer le rayon r_j de l'orbite de Jupiter.

- e) Calculer la distance minimale d qui sépare la terre de Jupiter au cours de leurs mouvements autour du soleil. Déterminer dans ce cas la valeur F_{TJ} de la force d'attraction gravitationnelle qui s'exerce entre ces deux planètes. En comparant ce résultat à celui de la question 1, que peut-on dire de l'effet de Jupiter sur le mouvement de la terre.

EXERCISE 7 :

On donne : Masse de la Terre : $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; Rayon de la terre : $R_T = 6370 \text{ km}$.

Masse du satellite : $m = 650 \text{ kg}$; Constante de gravitation : $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$.

SPOT est un satellite de télédétection. Il évolue à l'altitude $h = 832 \text{ km}$ sur une trajectoire circulaire contenue dans un plan passant par l'axe des pôles de la terre. Un tel satellite est appelé satellite à défilement.

1. Montrer que le mouvement du satellite est uniforme. Donner alors l'expression de sa vitesse V en fonction de G , M_T , R_T et h .
2. Etablir l'expression de la période de révolution du satellite SPOT en fonction de G , M_T , R_T et h .
3. Calculer l'angle de rotation de la Terre pendant une révolution du satellite. Pourquoi dit-on qu'un tel satellite est un satellite à défilement ?
4. Dans le champ de gravitation terrestre l'énergie potentielle du satellite est donnée par :

$$E_p = -\frac{GM_T m}{r} \text{ avec } r = R_T + h$$

- 4.1. Où a-t-on choisi la référence de l'énergie potentielle de gravitation ? Justifier la réponse.
- 4.2. Exprimer l'énergie mécanique du satellite en fonction de G , M_T , m , R_T et h puis en fonction de m et V , vitesse du satellite.
5. Le satellite SPOT est équipé d'un moteur permettant de corriger sa trajectoire.
 - 5.1. Montrer que si le moteur fonctionne, toute variation ΔE_m de l'énergie mécanique du satellite s'accompagne de variation simultanée Δh de son altitude et ΔV de sa vitesse.
 - 5.2. En utilisant les résultants des questions précédentes, exprimer la variation d'altitude Δh et la variation de vitesse ΔV corrélative à une variation d'énergie mécanique ΔE_m .
Calculer ces variations pour $\Delta E_m = 5 \text{ MJ}$. On prendra $h=832 \text{ km}$ et on utilisera les valeurs numériques trouvées précédemment pour V et E_m .

EXERCICE 8

Données :

Constante de gravitation universelle : $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$

Période orbitale de révolution terrestre (année solaire) $T = 365,26 \text{ jours}$

Rayon moyen de l'orbite terrestre : $R = 1,50 \cdot 10^{11} \text{ m}$

Rapport entre la masse du Soleil et la masse de la Terre : $\frac{M_S}{M_T} = (578)^2$

D'après un article extrait d'un hebdomadaire de vulgarisation scientifique :

« Les physiciens solaires ont enfin à leur disposition un observatoire spatial : Soho (Solar Heliospheric Observatory). Lancé le 2 décembre 1995 par la Nasa et après quelques mois de voyage Soho vient d'entrer dans sa phase nominale d'observation. C'est le premier observatoire spatial à être placé à un endroit très particulier du système solaire le point de Lagrange L_1 , du nom d'un mathématicien français qui en a découvert l'existence, situé à 1,5 million de kilomètres du centre de la Terre. A cet endroit précis où l'attraction du Soleil équilibre très exactement l'attraction de la Terre, le satellite spatial peut observer le Soleil 24h sur 24. »

Dans tout l'exercice, on se place dans le référentiel héliocentrique.

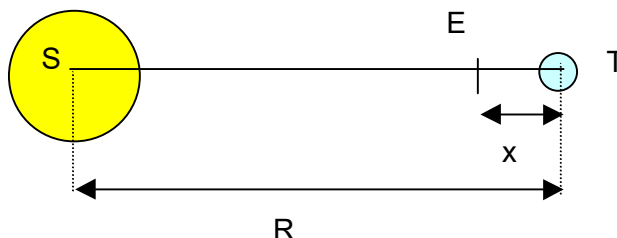
Le Soleil, de centre S et de masse M_S et la Terre de centre T et de masse M_T , sont considérés comme des astres présentant une répartition de masse à symétrie sphérique.

On suppose que la Terre ne subit que l'action du Soleil.

1. On admet que la Terre décrit autour du Soleil, d'un mouvement uniforme, une orbite circulaire de centre S et de rayon R.
 - 1.1. Déterminer la vitesse angulaire de révolution ω de la Terre sur son orbite.
 - 1.2. Donner l'expression de l'accélération a_{Terre} du centre d'inertie de la Terre en fonction de ω et de R.
 - 1.3. En appliquant le théorème du centre d'inertie à la Terre, établir la relation :

$$\omega^2 R^3 = GM_S \quad \text{relation (1)} \quad \text{En déduire la masse du Soleil.}$$

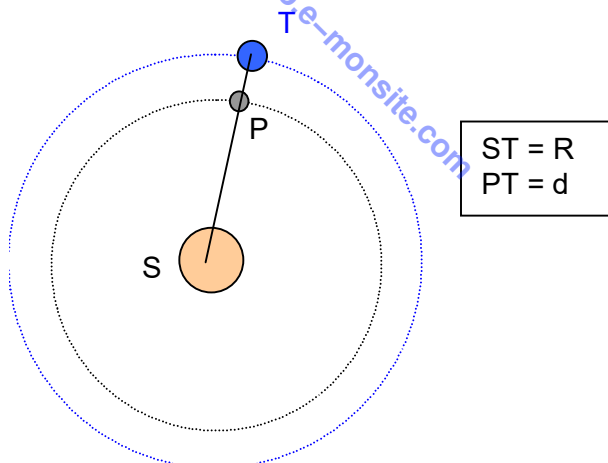
2. Il existe sur la ligne joignant les centres des deux astres Terre et Soleil un point E, appelé point d'équigravité du système Terre-Soleil, où les champs de gravitation solaire et terrestre se compensent.



Etablir que la distance x de ce point E au centre de la Terre T est donnée par l'expression : $x = \frac{R}{1 + \sqrt{\frac{M_S}{M_T}}}$ Calculer x.

Le point de Lagrange L_1 est-il le point d'équigravité du système Terre-Soleil comme le prétend l'article ?

3. Le satellite Soho, assimilé à un point matériel P de masse m, est placé au point de Lagrange L_1 . Il décrit autour du Soleil, d'un mouvement uniforme, une orbite circulaire ; S, P et T sont constamment alignés.



- 3.1. A quelle vitesse angulaire Soho tourne-t-il autour du Soleil ?
- 3.2. Faire l'inventaire des forces qui agissent sur le satellite P. Les représenter sur un schéma.
- 3.3. En appliquant le théorème du centre d'inertie au satellite et en tenant compte de la relation (1), établir

l'expression:
$$d^2 \left[\frac{1}{(R-d)^2} - \frac{R-d}{R^3} \right] = \frac{M_T}{M_S}$$

- 3.4. Le point de Lagrange L_1 est situé beaucoup plus près du centre de la Terre que de celui du Soleil donc

$\frac{d}{R} \ll 1$. En tenant compte de cette approximation, la solution de l'équation précédente est: $d = R \cdot \sqrt[3]{\frac{M_T}{3M_S}}$

Calculer d et comparer avec la valeur indiquée dans l'article.

4. Quel est l'avantage d'un tel satellite par rapport à des observatoires terrestres?

EXERCICE 5

Uranus est la 7^{ème} planète du système solaire. Elle a été découverte en 1781 par William Herechelle. Elle fut mieux connue par l'homme grâce à son survol, en 1986, par la sonde Voyager II. Uranus met 84 ans pour faire un tour complet autour du soleil. Les cinq plus gros satellites de la planète Uranus ont été découverts grâce aux observations depuis la terre la terre entre 1787 et 1948. IL s'agit de : Miranda, Ariel, Umbriel, Titania et Obéron.

Le tableau qui suit précise le rayon de la trajectoire de l'orbite décrite par chaque satellite autour d'Uranus et la période de révolution (durée d'un tour autour d'Uranus).

Stellite	Rayon de l'orbite r(10 ⁶ m)	Période de révolution T (jour)
MIRANDA	129,8	1,4
ARIEL	191,2	2,52
UMBRIEL	266,0	4,14
TITANIA	435,8	8,71
OBERON	582,6	13,50

Dans tout le tout le problème, on suppose que la répartition de masse des astres est à symétrie sphérique. Les mouvements des différents satellites d'Uranus sont étudiés dans le référentiel « Uranocentrique » supposé galiléen. On donne : G= 6,67.10⁻¹¹SI. On prendra 1 jour= 86400s.

1. On se propose de déterminer la vitesse d'un satellite d'Uranus. On admet que le centre d'inertie du satellite effectue un mouvement circulaire dans le référentiel « Uranocentrique ».

1.1. Rappeler la définition d'un référentiel géocentrique. Définir, par analogie, le référentiel « Uranocentrique ».

1.2 Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.

1.3 Etablir l'expression de la vitesse V du satellite en fonction du rayon r de sa trajectoire et de sa période T de révolution.

1.4 Faire l'application numérique pour le satellite Umbriel.

2- Dans la suite, on cherche à déterminer la masse M d'Uranus par deux méthodes.

2.1 Méthode graphique.

La courbe de la fonction $V^2 = f\left(\frac{1}{r}\right)$ où V est la vitesse du satellite dans le référentiel « Uranocentrique » et r le rayon de l'orbite autour d'Uranus est représenté ci-contre.

2.1.a Etablir l'expression de la vitesse V en fonction de G, M et r.

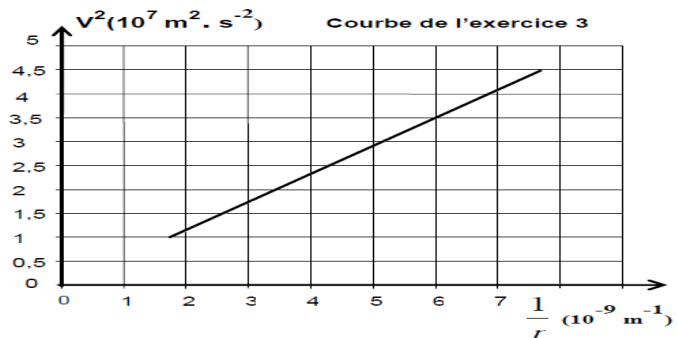
2.1.b En vous aidant de la courbe, déterminer la masse d'Uranus (il n'est pas demandé de rendre la courbe avec la copie ; on expliquera seulement le mode d'exploitation).

2.2 Utilisation de la loi troisième loi de Kepler.

2.2.a Etablir la 3^{ème} loi de Kepler $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$.

2.2.b En utilisant les informations données sur les satellites, montrer, au erreurs d'expériences près, que le rapport est une constante dont on donnera la valeur numérique.

2.2.c En déduire la masse d'Uranus et comparer le résultat avec celui obtenu par la méthode graphique.



cissdoro.e-monsite.com

cissdoro.e-monsite.com