4
Le

a) Dans le repère $\mathcal{R}(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$: $\overrightarrow{OM} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath}$

- Si le point M est au repos dans $\mathcal{R}$, ses coordonnées cartésiennes x et y sont indépendantes du temps.
- Si le point M est en mouvement dans $\mathcal{R}$, ses coordonnées x et y en fonction du temps t représentent les équations horaires de son mouvement :

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$$

L'équation de la trajectoire du mobile est obtenue en cherchant une relation indépendante du temps entre x et y.

Exemple :

Dans le repère cartésien $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, $\overrightarrow{OM} = 2t\vec{\imath} + (-5t^2 + 4t)\vec{\jmath}$

- *Equation horaire du mobile* : $\begin{cases} x = 2t \\ y = -5t^2 + 4t \end{cases}$
- *Coordonnées du vecteur position à t=0 :* $\overrightarrow{OM_0}\Big|_{y_0=0}^{x_0=0}$
- *Equation de la trajectoire* :

$$\begin{cases} x = 2t & \Longrightarrow t = 0{,}5x \\ y = -5t^2 + 4t \end{cases}$$

D'où $y = -5(0{,}5x)^2 + 4(0{,}5x)$ soit $y = -1{,}25x^2 + 2x$ (équation d'une parabole dont la concavité tourne vers les y <0).

b) Dans le repère de Frénet $(\boldsymbol{M},\vec{\boldsymbol{u}},\vec{\boldsymbol{n}})$: $\overrightarrow{OM} = -R\vec{n}$ où R : rayon de la trajectoire circulaire.

4.2- Abscisse curviligne s et abscisse angulaire θ

Après avoir orienté la trajectoire circulaire et choisi sur celui-ci une origine Ω, on peut définir :

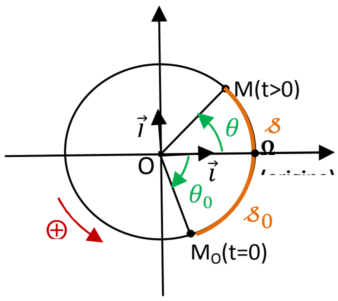
- L'abscisse curviligne du point mobile M :

  $s = \widehat{\Omega M}$ en mètre (à t=0, $s_0 = \widehat{\Omega M_0} < 0$)
- Son abscisse angulaire :

  $\theta = (\overrightarrow{O\Omega},\overrightarrow{OM})$ exprimée en radian (rad)

  où $\overrightarrow{O\Omega}$: vecteur fixe, $\overrightarrow{OM}$: vecteur mobile

  et à t=0, $\theta_0 = (\overrightarrow{O\Omega},\overrightarrow{OM_0}) = 0$



Loi horaire du mouvement : $s = s(t)$ ou $\theta = \theta(t)$
Relation entre s et θ : $s = R\,\theta$ où s et R en mètre et θ en radian

5- Vecteur vitesse $\vec{v}$

5-1- Définition et caractéristiques

- Par définition, le vecteur vitesse $\vec{v}$, à la date t, d'un point M en mouvement par rapport à un repère d'observation (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$) attaché à un référentiel choisi est égal à la dérivée par rapport à t du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ de ce point :

$$\vec{v} = \frac{d\,\overrightarrow{OM}}{dt} \quad \text{où } \frac{d}{dt} : \text{opérateur dérivée par rapport à t}$$