Série P_2-P_3 : BASES DE LA DYNAMIQUE ET APPLICATIONS

EXERCICE 1

Un mobile de masse m= 100g, glisse le long de la plus grande pente d'une table inclinée d'un angle α par rapport au plan horizontal. Le mobile a été lâché sans vitesse initiale. L'enregistrement du mouvement du centre d'inertie du mobile a été déclenché à une date quelconque que l'on prendra comme origine des temps. Avec un dispositif approprié, on mesure la vitesse instantanée V du mobile, en fonction du temps.

Le tableau ci-dessous donne les vitesses du centre d'inertie du mobile sur sa trajectoire en fonction du temps :

t(s)	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
V(m/s)		0,9	1,2	1,5	1,8	2,1	2,4

1- Tracer la courbe V = f(t) donnant les variations de la vitesse en fonction du temps.

(Echelles : Abscisses : 2 cm ↔ 0,1 s ; Ordonnées : 1 cm ↔ 0,2 m.s^{-1}). (0,75pt)

2- En déduire l'accélération du mobile, sa vitesse à la date t= 0 s ainsi que sa date de départ. (0,75pt)

3- On suppose tout d'abord les frottements négligeables.

4.3.1- Établir l'expression de l'accélération a du mobile. (0,75pt)

4.3.2- En déduire la valeur de l'angle α. (0,5pt)

4.4- En réalité, la mesure directe de l'angle α donne 20°. On suppose que la seule force qui s'exerce sur le mobile est la composante tangentielle de la réaction de la table et qu'elle est constante.

4.4.1- Déterminer alors l'intensité de la composante tangentielle de la réaction de la table. (0,5pt)

4.4.2- En déduire les caractéristiques (norme et direction) de la réaction $\vec{R}$ exercée par la table sur le mobile. (0,75 pt)

EXERCICE 2 (Extrait du Bac S1-S3 2011)

Un sportif dans son véhicule démarre sans vitesse, en D, un mouvement sur une route rectiligne et horizontale. La masse totale (sportif et véhicule) est de 90 kg.

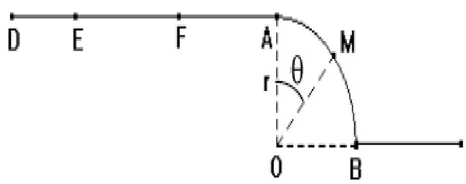
1. La phase de démarrage, considérée comme une translation rectiligne, a lieu sur un parcours DE d'une longueur de 50 m. Au point E, la vitesse atteint la valeur de 5m.s^{-1}. Pendant cette phase, la vitesse est proportionnelle au temps compté à partir de l'instant de démarrage.

1.1. Quelle est la nature du mouvement sur le parcours DE ? Justifier la réponse. Vérifier que l'accélération du mouvement sur ce parcours a pour valeur 0,25m.s^{-2}.

1.2. Etablir l'équation horaire du mouvement sur ce parcours.

1.3. Calculer la durée de la phase de démarrage.

1.4. En admettant que le mouvement est dû à la résultante d'une force motrice constante parallèle au mouvement et d'une force de frottement constante, de norme égale au quart de la force motrice, de sens contraire au mouvement, calculer l'intensité de la force de frottement.



2. A partir du point E, le véhicule parcourt la distance EF = 1100 m à la vitesse constante de 5 m/s. A partir du point F, le sportif supprime la force motrice : le véhicule roule alors en roue libre et les frottements ont une valeur constante et égale à 7,5 N sur le parcours FA. Le véhicule parcourt la distance FA et arrive au point A avec une vitesse nulle.

2.1. Déterminer la distance FA.

2.2. Calculer la durée totale du parcours du point D au point A.

2.3. Le véhicule aborde en A, sans vitesse initiale, une piste AB, parfaitement polie, de forme circulaire et de plan vertical. Sa position M est repérée par l'angle θ.

2.3.1. Exprimer en fonction de θ, r et g la vitesse du véhicule en M et exprimer l'intensité de la réaction du plan en ce point en fonction de m, g et θ.

4.3.2. Déterminer la valeur de l'angle θ_1 qui repère M, quand le véhicule quitte la piste.

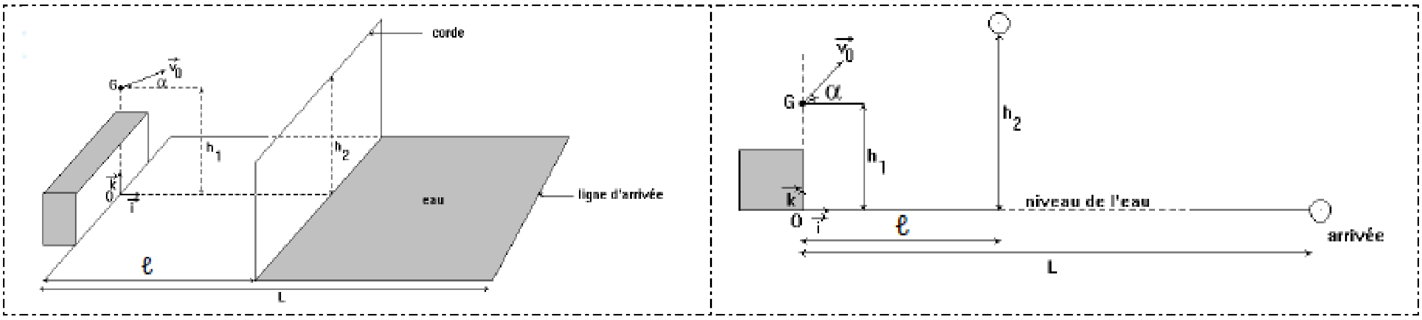
4.3.3. Montrer que le véhicule quitte la piste quand son accélération est égale à l'accélération de la pesanteur g.

EXERCICE 3 (Extrait du Bac S1-S2-S3 2009)

Des élèves se fixent comme objectif d'appliquer leurs connaissances en mécanique au « jeu de plongeon ».

Ce jeu, réalisé à la piscine, consiste à passer au dessus d'une corde puis atteindre la surface de l'eau en un point le plus éloigné possible du point de départ avant de commencer la nage. Le bassin d'eau a pour longueur L = 20m et est suffisamment profond. Le plongeur doit quitter un tremplin ; à ce moment son centre d'inertie G est à une hauteur h_1 = 1,5m au dessus de la surface de l'eau. La corde, tendue horizontalement, est attachée à une distance ℓ = 1,6m du tremplin. Elle est à une hauteur h_2 = 2m du niveau de l'eau (voir figure ci-contre). Au cours d'une simulation, les élèves font plusieurs essais en lançant, avec un dispositif approprié, un solide ponctuel à partir du point G. Les essais diffèrent par la valeur du vecteur-vitesse initial du solide ou par l'angle du dit vecteur avec l'horizontale.

Le mouvement du solide est étudié dans le repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. Le point O est le point d'intersection entre la verticale passant par la position initiale de G et la surface de l'eau. La direction de l'axe $\vec{\imath}$ est perpendiculaire au plan vertical contenant la corde, comme indiqué sur la figure. On néglige les frottements et on prendra g = 10m.s^{-2}.



1. Lors d'un premier essai, le solide est lancé du point G, à la date t = 0, avec une vitesse $\vec{v}_0$ faisant un angle α= 45° avec l'horizontale, de valeur v_0 = 8m.s^{-1} et appartenant au plan vertical défini par $(\vec{\imath},\vec{k})$.

1.1. Etablir les équations paramétriques du mouvement du solide. En déduire l'équation cartésienne de sa trajectoire.

1.2. Le solide passe-t-il au dessus de la corde ? Justifier la réponse.

1.3. Au cas où le solide passe au-dessus de la corde, quelle distance le sépare-t-il de la ligne d'arrivée lorsqu'il touche l'eau ?

1.4. Calculer la norme du vecteur vitesse et l'angle β que ce vecteur forme avec la verticale descendante lorsque le solide touche l'eau.

2. Dans un second essai, les élèves voudraient que le solide touche l'eau en un point distant de 8 m de la ligne d'arrivée. Quelle doit être alors la valeur de la vitesse initiale pour α= 45° ?

<u>EXERCICE 4</u> (extrait bac S2- 1998)

Tous les frottements sont négligeables ; on prendra g = 10 S.I.

<u>1-</u> Un solide ponctuel S de masse m est suspendu en un point 0 par l'intermédiaire d'un fil inextensible de longueur ℓ= 50 cm. (figure 1).

Le solide S étant initialement au repos en Mo, on lui communique une vitesse horizontale $\vec{V}_0$de telle sorte qu'il décrive un mouvement circulaire autour de O, dans le plan vertical.

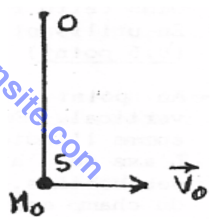


figure 1

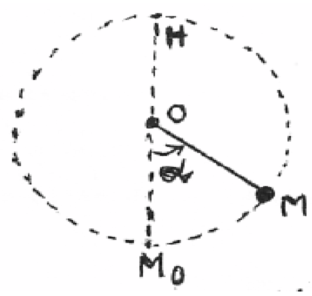


figure 2

<u>1.1</u>- La position M du solide S au cours de son mouvement est repérée par l'angle $\alpha = (\overrightarrow{OM_0}, \overrightarrow{OM})$ (figure2). Montrer que l'intensité de la tension du fil en fonction de la vitesse V du solide, de α , m, g et ℓ vérifie la relation : $T = mgcos\alpha + \frac{mv^2}{\ell}$.

<u>1.2</u>- En déduire la valeur minimale figure 1de la vitesse V_H au point culminant H atteint par le solide, pour que le fil reste tendu.

<u>1.3</u>- En déduire la valeur minimale de la vitesse Vo initialement communiquée au solide.<u> figure 2</u>

<u>2</u>-La vitesse du solide S, en Mo, vaut Vo= 5 m/s. Il se détache, à partir du point E tel que $\beta = \left(\overrightarrow{OM_0}, \overrightarrow{OE}\right) = 60°$; sa vitesse est alors V_E. (figure 3)

<u>2.1</u>- Déterminer le module V_E de la vitesse de S en E (0,5 point)

<u>2.2</u>- En prenant comme origine des dates l'instant où le solide se détache en E, établir dans le repère $(\overrightarrow{EX}, \overrightarrow{EY})$du plan vertical, les équations horaires du mouvement du solide S.

<u>2.3</u>- En déduire l'équation et la nature de sa trajectoire.

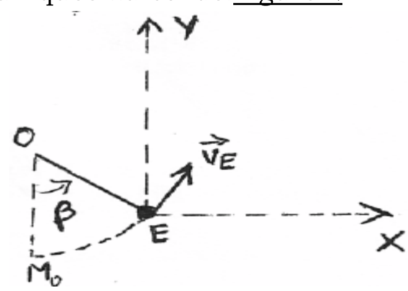


figure 3

<u>EXERCICE 5</u>

On considère un ressort (R) de masse négligeable, à spires non jointives, enfilé sur une tige OA. La tige est soudée en O à un axe de rotation vertical (Δ). L'une des extrémités du ressort est fixée en O tandis qu'à l'autre extrémité on accroche une bille B de masse m= 200g coulissant sans frottement sur une tige (voir figure 1). La longueur à vide du ressort est ℓ_0= 20cm et sa raideur k= 50N/m. La limite d'élasticité du ressort est atteinte lorsque la tension T prend la valeur limite T_{max}= 5N.

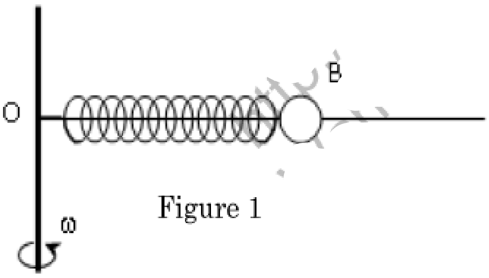


Figure 1

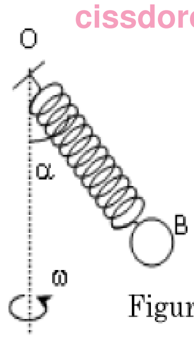


Figure 2

1- La tige OA tourne autour du point O à la vitesse angulaire ω= 6rad/s.

1.1- Exprimer la longueur ℓ_1 du ressort en fonction de m, k, ω et ℓ_0. Calculer ℓ_1.

1.2- Quelle doit être la vitesse angulaire de rotation maximale pour ne pas détériorer le ressort ?

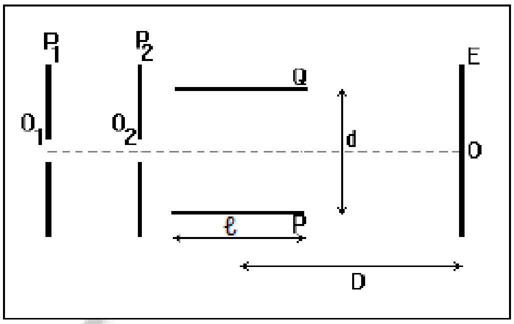
2- La tige OA est supprimée. Le système ressort-bille est maintenant fixé en O à l'axe de rotation vertical qui tourne à la vitesse angulaire constante ω_1. A cette vitesse l'axe du système ressort-bille décrit un cône de demi-angle au sommet $\alpha = \frac{\pi}{3}$ (voir figure 2)

2.1- Exprimer la vitesse angulaire ω_1 en fonction de ℓ_0, m, g, k et α. Calculer ω_1.

2.2- La limite d'élasticité du ressort a-t-elle été atteinte ? Si non calculer la valeur maximale de l'angle α et la vitesse angulaire maximale à ne pas dépasser.

EXERCICE 6 (extrait bac S1-S3-S2 - 2006)

Dans tout le problème, on supposera que le mouvement des ions a lieu dans le vide et que leur poids est négligeable.



1. Des ions Mg^{2+}, sortant d'une chambre d'ionisation pénètrent, avec une vitesse négligeable, par un trou O_1, dans l'espace compris entre les deux plaques verticales P_1 et P_2. Lorsqu'on applique entre ces deux plaques verticales une tension U_0, les ions atteignent le trou O_2 avec la vitesse v_0.

1.1. Quelle plaque (P_1 ou P_2) doit-on porter au potentiel le plus élevé? Pourquoi?

1.2. Donner la valeur de v_0 en fonction de la charge q, de la masse m d'un ion et de U_0.

1.3. Calculer la valeur de v_0 pour les ions ${}^{24}_{12}Mg^{2+}$ dans le cas où la tension U_0= 4000 V.

2. A la sortie de O_2, les ions ayant cette vitesse v_0 horizontale pénètrent entre les armatures P et Q d'un condensateur. On applique entre ces armatures une différence de potentiel positive U_{PQ} que l'on notera U, créant entre elles un champ électrique uniforme vertical.

2.1. Préciser les caractéristiques de la force électrique à laquelle chaque ion est soumis, on exprimera son intensité en fonction de q, U et de la distance d entre les plaques P et Q.

2.2. Déterminer la nature de la trajectoire d'un ion à l'intérieur de ce condensateur lorsque U garde une valeur constante.

2.3. On dispose d'un écran vertical E à la distance D du centre des plaques de longueur ℓ. Trouver en fonction de q, m, U, v_0, ℓ, D et d l'expression de la distance Z = OM, M étant le point d'impact d'un ion sur l'écran. La distance OM dépendra t-elle des caractéristiques des ions positifs utilisés? (on admet que la tangente à la trajectoire au point de sortie S du condensateur passe par le milieu de celui-ci).

2.3.1. Calculer la durée de la traversée du condensateur dans le cas où ℓ = 10 cm.

2.3.2. On applique entre P et Q une tension sinusoïdale u = Umaxsinωt, de fréquence f= 50Hz. Montrer qu'avec un pinceau d'ions, on obtient sur l'écran E un segment de droite verticale, dont on calculera la longueur dans le cas où Umax = 230 V, D = 40 cm, d = 4 cm. (On peut considérer que, durant toute la traversée du condensateur, chaque ion est soumis à une tension presque constante).

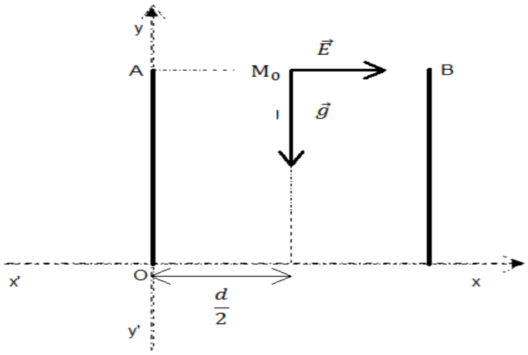
Données: $m({}^{24}_{12}Mg^{2+})$= 24 u; u = $1{,}67.10^{-27}$ kg; e = $1{,}6.10^{-19}$C.

EXERCICE 7

Deux plaques métalliques verticales (A) et (B) sont placées dans le vide à une distance d = 4cm l'une de l'autre et sont soumises à une tension $V_A - V_B = U_{AB}$ *positive*. La hauteur des plaques est ℓ = 1m (**voir figure ci-dessous)**. Entre les plaques, se superposent deux champs : le champs de pesanteur supposé uniforme, caractérisé par $\vec{g}$, et un champ électrique uniforme, caractérisé par $\vec{E}$.

Une petite sphère M ponctuelle, de masse m, portant une charge électrique positive q, est abandonnée sans vitesse initiale à l'instant t_0 = 0 s en un point M_0 dont les coordonnées dans le repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ sont $x_0 = \frac{d}{2}$; y_0 = ℓ.

***NB* : On ne peut pas négliger l'action de la pesanteur. Par ailleurs l'action du vent sur la sphère sera négligée.**



1- En appliquant la deuxième loi de Newton à cette sphère, donner l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$ du mouvement. En déduire ses composantes sur les axes Ox et Oy. **(0,75 pt)**

2- Montrer que les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{V}$ de la sphère, en fonction du temps sont : ($V_x = \frac{qE}{m}t$; V_y = -gt). En déduire celles du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ **(0,75 pt)**

3- Ecrire l'équation de la trajectoire. Quelle est sa nature ?

4- Déterminer la date d'arrivée de la sphère dans le plan horizontal passant par O. **(0,5 pt)**

5- Quelle valeur doit-on donner à U_{AB} pour que la trajectoire de la sphère passe par le point P de coordonnées *(d , 0) ?* **(0,5 pt)**

6- Après avoir énoncé le théorème de l'énergie cinétique, appliquer le pour déterminer l'expression de V_P de la vitesse de la sphère au point P. *On prendra :* $\frac{q}{m} = 10^{-6}$ C.kg^{-1} ; $g = 10$ m.s^{-1}

EXERCICE 8 (Extrait du bac S2 2013)

Dans beaucoup de moteurs, pour diminuer l'usure des pièces mécaniques, on utilise des huiles dont l'une des caractéristiques fondamentales est la viscosité.

Dans ce qui suit, on se propose de déterminer la viscosité d'une « huile moteur ». Pour cela, on étudie la chute verticale d'une bille en acier d'abord dans l'air puis dans l'huile. Dans les deux cas, la bille est lâchée sans vitesse initiale à partir d'un point O du fluide pris comme origine de l'axe (OX) vertical et orienté vers le bas et l'instant de lâcher est pris comme origine des dates t = 0.

Sur la bille s'exercent les trois forces suivantes :

- Son poids $\vec{P}$;
- La résistance $\vec{f}$ du fluide, qui est une force colinéaire et de sens opposé au vecteur vitesse instantanée de la bille, d'intensité $f = 6\pi\eta r V$, expression où η est la viscosité du fluide supposée constante, V la valeur de la vitesse instantanée de la bille et r son rayon ;
- La poussée d'Archimède $\vec{F}$ qui est une force verticale orientée vers le haut, d'intensité $F = \rho V_B g$ relation où ρ est la masse volumique du fluide, V_B le volume de la bille et g l'intensité de la pesanteur.

1 Etude du mouvement de la bille dans l'air.

1.1. Représenter les forces appliquées à la bille à une date t > 0. **(0,25 point)**

1.2. Calculer l'intensité de chacune de ces forces pour V= 5 m/s. En déduire qu'on peut négliger les intensités de $\vec{F}$ et $\vec{f}$ devant celle du poids. **(0,5 point)**

1.3. Etablir les équations horaires de la vitesse V(t) et de l'abscisse x (t) de la bille puis préciser la nature du mouvement de la bille dans l'air. **(0,5 point)**

1.4. Au bout d'un parcours de 50 cm depuis le point O, la bille acquiert une vitesse de 3,16 m/s. Montrer que cette information confirme l'approximation faite à la question 3.1.2.**(0,5 point).**

2. Etude du mouvement de la bille dans l'huile

2.1. Les intensités de $\vec{F}$ et $\vec{f}$ ne sont plus négligeables devant celle du poids.
Par application du théorème du centre d'inertie, montrer que l'équation différentielle du mouvement de la bille peut s'écrire sous la forme : $\frac{dV}{dt} + \frac{1}{\tau}V = C$ où C et τ sont des constantes. **(0,5 point)**

2.2. Donner l'expression de C en fonction de g, ρ_{ac} (masse volumique de l'acier) et ρ_h (masse volumique de « l'huile moteur ») puis exprimer τ en fonction de ρ_{ac}, r et η (viscosité de l'huile moteur). Vérifier que C= 8,4 m.s^{-2}

2.3. Au bout d'un temps suffisamment long, l'accélération de la bille s'annule. La vitesse obtenue à partir de cet instant est appelée vitesse limite de module $V_{\ell im}$.

a) Décrire la nature du mouvement de la bille après que l'accélération s'annule puis exprimer la vitesse limite $V_{\ell im}$ en fonction de τ et C. **(0,5 point)**

b) On trouve expérimentalement que $V_{\ell im}$= 4,2 cm/s. Quelle valeur de τ peut-on en déduire ? **(0,5**

2.4. Déterminer la valeur de la viscosité η de « l'huile-moteur ». **(0,5 point)**

Données :

Masse volumique de l'acier : $\rho_{ac} = 7{,}8 \times 10^3$ kg/m^3 ; masse volumique de l'air : $\rho_0 = 1{,}3$ kg/m^3

Masse volumique de l'huile moteur : $\rho_h = 1{,}26.\ 10^3$ kg/m^3 ; viscosité de l'air : η(air)=1,85.10^{-5} SI

Rayon de la bille r= 1,5 mm : Volume de la bille $V_B = \frac{4}{3}\pi r^3$; g = 10 N/kg

AU TRAVAIL !